

UNIVERSIDAD NACIONAL DE PIURA
FACULTAD DE INGENIERIA INDUSTRIAL
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECATRÓNICA

"DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL PARA TRAYECTORIAS MULTIPLES
DEL BRAZO CRS ROBOTICS DEL LABORATORIO DE MECATRÓNICA DE LA
UNIVERSIDAD NACIONAL DE PIURA"

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE:
INGENIERO MECATRÓNICO

Bach. WILMER ALEXANDER TICONA JUÁREZ

PIURA – PERÚ
2010

Dpto Cybertesis 1 CD
OK ✓
15/Nov/2010

**"DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL PARA TRAYECTORIAS MULTIPLES
DEL BRAZO CRS ROBOTICS DEL LABORATORIO DE MECATRÓNICA DE LA
UNIVERSIDAD NACIONAL DE PIURA"**

LINEA DE INVESTIGACIÓN: ROBÓTICA

**PRESENTADA A LA FACULTAD DE INGENIERIA INDUSTRIAL
DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE PIURA
COMO REQUISITO PARA OPTAR EL TÍTULO DE:**

INGENIERO MECATRÓNICO

PROFESOR ASESOR:



ING. FERNANDO MADRID GUEVARA MSc.

CO-ASESOR:



ING. JULIO CÉSAR JIMENEZ CHAVESTA MSc.

CO-ASESOR:



ING. VICTOR HUGO VALLE RIOS

APROBADA

JURADO:

PRESIDENTE:



ING. OSCAR REYES GONZALES

VOCAL:



ING. DUBERT REYES VASQUEZ MSc.

SECRETARIA:

ING. ROXANI KEEWONG ZAPATA

A mi querido hermano Darwin Jesús

Agradecimientos

Deseo agradecer a todas aquellas personas, que con su ayuda, han contribuido a la realización de esta tesis, mencionando especialmente:

- al Ing. Julio César Jimenez Chavesta, por sus acertados consejos y comentarios, por su confianza y permanente aliento, por todo lo que de él he aprendido, que han hecho posible que esta Tesis haya llegado a buen término;
- al Ing. Fernando Madrid Guevara por su paciencia y su apoyo durante todo el desarrollo de la tesis;
- al Ing. Luis Calderón Pinedo, por su permanente buena disposición a prestar su ayuda;
- A todos los restantes: compañeros y amigos del Laboratorio de Mecatrónica que me han prestado su apoyo, especialmente a mi amigo: Carlos David Gonzales Mondragón, por su acertados consejos, al Ing. Harry Atoche Lozano por su incondicional apoyo;
- al Ing. Víctor Hugo Valle Ríos por su ayuda en la revisión de este documento;
- Quisiera también expresar mi agradecimiento de forma especial a mis queridos amigos: Carlos Alonso Gutiérrez, Cesar Augusto Ugaz Roa, Ronald Ciro Herencia Ramírez y Santiago Zúñiga Trelles, de quien he recibido una impresionante lección de compañerismo que no olvidaré;
- Por último, quiero expresar mi especial agradecimiento a mi familia, por su enorme paciencia demostrada a lo largo de tanto tiempo.

Wilmer Alexander Ticona Juárez

Índice de figuras	IX
Índice de tablas	XI
Introducción	XII
Resumen	XIV
1 Aspectos Generales	1
1.1. Robótica	1
1.2. Clasificación de los Robot	1
1.2.1. Clasificación atendiendo el Área de aplicación	2
1.2.2. Clasificación atendiendo al Tipo de Control	3
1.3. Morfología de la Robótica	4
1.3.1. Estructura Mecánica de un robot	4
1.3.1.1. Obtención de los GDL para un Brazo Robot A255	5
1.3.2. Transmisores y reductores	5
1.3.2.1. Transmisiones	5
1.3.2.2. Reductores	6
1.3.2.3. Accionamiento Directo	8
1.3.3. Actuadores	8
1.3.3.1. Actuadores Neumáticos	9
1.3.3.2. Actuadores Hidráulicos	11
1.3.3.3. Actuadores eléctricos	11
1.3.4. Sensores internos	13
1.3.4.1. Sensores de posición	13
1.3.4.2. Sensores de Velocidad	14
1.3.4.3. Sensores de Presencia	14
1.3.5. Elementos terminales	15
1.3.5.1. Elementos de sujeción	15
1.3.5.2. Herramientas terminales	15
1.4. Aplicaciones de la robótica	16
1.5. Problemática del Laboratorio de Mecatrónica	17
1.6. Aportes y beneficios en la Especialidad de de Ingeniería Mecatrónica	18

2 Modelamiento Cinemático	19
2.1. Obtención de los parámetros de D-H.....	19
2.1.1. Algoritmo para la obtención de los parámetros de D-H.....	20
2.2. Matriz de transformación homogénea.....	22
2.2.1. Algoritmo de resolución del problema cinemático directo.....	22
2.2.2. Obtención del modelo cinemático directo para un Brazo Robot A255.....	23
2.3. Cinemática Inversa.....	27
2.3.1. Modelo cinemático inverso por métodos geométricos.....	28
2.3.2. Modelo cinemático inverso a partir de la matriz de transformación....	28
2.3.3. Desacoplo cinemático.....	28
2.3.4. Algoritmo de Resolución del Problema Cinemático Inverso.....	29
2.3.5. Obtención del modelo cinemático inverso para un Brazo Robot A255.....	29
2.4. Modelo diferencial. Matriz Jacobiana.....	34
2.4.1. Jacobiana analítica.....	34
2.4.1.1. Obtención numérica de la J_a para un Brazo Robot A255.....	35
2.4.2. Jacobiana geométrica.....	36
2.4.2.1. Obtención numérica de la J para un Brazo Robot A255	37
2.5. Volumen de trabajo.....	37
2.5.1. Obtención del Volumen de trabajo del Brazo Robot A255.....	37
3 Modelamiento Dinámico	40
3.1. Teorías de modelamiento Dinámico.....	40
3.1.1. Formulación de Lagrange.....	40
3.1.1.1. Algoritmo computacional de Lagrange para el modelado dinámico de un robot.....	41
3.1.2. Formulación recursiva de Newton Euler.....	44
3.1.2.1. Algoritmo computacional de Newton-Euler para el modelado dinámico de un robot.....	45
3.2. Ecuación dinámica del robot.....	48
3.2.1. Obtención del modelo dinámico de un Brazo Robot A255 mediante la formulación de Lagrange.....	49
3.3. Aplicación del modelo dinámico para un Brazo Robot A255.....	52

4 Obtención de los parámetros mecánicos y eléctricos de los motores DC	54
4.1. Planta.....	54
4.1.1. Aspectos generales.....	55
4.2. Resistencia de Armadura.....	56
4.3. Constante contraelectromotriz y constante de torque.....	56
4.4. Constante de tiempo eléctrica y constante de tiempo mecánica.....	57
4.5. Momento de Inercia y Autoinducción de armadura.....	57
4.6. Parámetros de los motores DC de un Brazo Robot A255.....	57
5 Control dinámico	59
5.1. Función de Transferencia de los motores DC.....	59
5.2. Control Monoarticular.....	62
5.2.1. Control con compensación de gravedad.....	62
5.2.2. Resultados del control con compensación de gravedad.....	65
6 Control de trayectorias múltiples	67
6.1. Control Cinemático.....	67
6.1.1. Funciones de control cinemático.....	67
6.1.2. Interpolación de trayectorias.....	68
6.1.2.1. Interpoladores lineales.....	68
6.1.2.2. Interpolador splin cúbico.....	69
6.1.2.3. Aplicación del splin cúbico.....	71
6.2. Diseño y simulación de la tarjeta de control electrónica.....	74
6.2.1. Aspectos generales.....	74
6.2.2. Requerimientos para el diseño y desarrollo del sistema de control....	75
6.2.3. Diseño electrónico.....	77
6.2.4. Diseño del software para el microcontrolador.....	79
6.3. Diseño del programa de interfaz brazo – usuario.....	81
6.3.1. Sistema de control.....	81
6.3.2. Requerimientos de un sistema de programación de robots.....	81
6.3.3. Interfaz del Usuario.....	82
6.3.4. Estandarización del método de programación de robots.....	84

7 Determinación de costos	86
7.1. Costo de Materiales Empleados.....	86
7.1.1. Costo de Materiales Electrónicos.....	87
7.2. Tiempo Empleado.....	87
7.3. Costo Total de gasto del Proyecto.....	88
7.3.1. Calculo de la mano de obra directa.....	88
7.3.2. Costo total del proyecto.....	89
 Conclusiones	 90
 Recomendaciones	 92
 Bibliografía	 93
 A Brazo Robot A255 Guía Del Usuario	 97
A.1 Amplitud de movimiento.....	97
A.2 Capacidad de par de torsión.....	98
A.3 Carga admisible.....	98
A.4 Resolución.....	99
A.5 Velocidad y aceleración en las articulaciones.....	100
 B Normativa sobre robots industriales	 102
 C DataSheet del BRUSH SERVO MOTOR MH2110-084E	 103
 D DataSheet del Optocoder LDA-051-1000	 107

Índice de Figuras

2.1. Parámetros cinemáticos según la metodología D-H.....	21
2.2. Brazo Robot A255 sin carro de transporte.....	23
2.3. Modelo simplificado del Brazo Robot A255.....	24
2.4. Secuencia de D-H para el Brazo robot A255.....	25
2.5. Brazo Robot A255 de 3 GDL instado en posición invertida.....	30
2.6. Elementos 2 y 3 del robot contenidos en un plano y en configuración codo arriba.....	31
2.7. Elementos 2 y 3 del robot contenidos en un plano y en configuración codo abajo.....	31
2.8. Elevación del Brazo Robot A255.....	37
2.9. Plano horizontal del Brazo Robot A255.....	38
3.1. Brazo robot de 3 GDL instalado en posición invertida.....	49
3.2. Posiciones angulares de un Brazo robot A255.....	53
3.3. Pares en cada GDL de un Brazo robot A255.....	53
4.1. Esquema de un motor de corriente continua controlado por inducido.....	54
5.1. Diagrama esquemático simplificado de un servo sistema.....	60
5.2. Diagrama esquemático de K', J' y B'.....	61
5.3. Valores del ruido sobre la estimación del coeficiente de fricción viscosa.....	61
5.4. Esquema general de control PD+FF+G.....	63
5.5. Prealimentación por inversión del modelo.....	64
5.6. Diagrama esquemático del regulador PID.....	64
5.7. Diagrama esquemático del modelo de compensación de perturbación.....	65
5.8. Trayectoria deseada Q y real q con $T_p=0$	66
5.9. Trayectoria deseada Q y real q con $T_p=10$ y $K_i=1$	66
6.1. Triángulos similares.....	68
6.2. Interpolación mediante splin cúbico por la regla de herurística.....	72
6.3. Interpolación mediante splin cúbico utilizanado la función snplt de MATLAB...73	73
6.4. Interpolación mediante splin cúbico según [RA-76].....	73
6.5. Gráfica del voltaje para los ángulo q_i, q_{i+1}, q_{i+2}	75
6.6. Fuente de alimentación del sistema de control.....	77

6.7. Etapa de acondicionamiento del microcontrolador.....	78
6.8. Esquema adaptador RS232.....	79
6.9. Simulación del Brazo robot A255 en la Plataforma de MATLAB®.....	83
6.10. Simulación del Brazo Robot A255 en la plataforma de Visual Basic.....	83

Índice de Tablas

1.1. Clasificación de las aplicaciones de los robot industriales manipuladores.....	2
1.2. Clasificación de los robot de servicio por categoría y tipo de interacción.....	2
1.3. Clasificación de los robots de servicio por Áreas de aplicación.....	3
1.4. Clasificación de los robot según la norma ISO 8373.....	4
1.5. Sistemas de transmisión para robots.....	6
1.6. Características de reductores para robótica.....	7
1.7. Características de distintos tipos de actuadores para robots.....	8
1.8. Principales ventajas y desventajas de los distintos tipos de accionadores.....	9
1.9. Clasificación de los émbolos encerrados en un cilindro.....	10
1.10. Clasificación de los motores neumáticos.....	10
1.11. Características de distintos tipos de actuadores para robots.....	13
1.12. Comparación entre distintos sensores ópticos de posición angular.....	14
1.13. Sistemas de sujeción para robots.....	15
1.14. Herramientas terminales para robots.....	16
2.1. Desplazamientos angulares de referencia.....	24
2.2. Parámetros de D-H del Brazo Robot A255 en función de L.....	26
2.3. Volumen horizontal según la carga admisible.....	39
4.1. Parámetros básicos de salida del Amplificador CPC-28.....	58
4.2. Parámetros de un Brazo Robot A255.....	58
6.1. Requerimientos para el hardware del Brazo Robot A255.....	76
6.2. Requerimientos para el Software del Brazo Robot A255.....	76
7.1. Costo de Materiales Electrónicos.....	87
7.2. Tiempo Empleado en el diseño.....	87
7.3. Tiempo empleado en la instalación.....	88
A.1 Amplitud del movimiento.....	97
A.2 Longitudes de eje a eje que involucren articulaciones.....	98
A.3 Capacidad de par de torsión continuo.....	98
A.4 Parámetros de la carga admisible del Brazo Robot A255.....	98
A.5 Distancia axial desde la superficie de montaje del actuador.....	99
A.6 Distancia radial desde el centro de la superficie de montaje del actuador....	99
A.7 Distancia axial desde la superficie de montaje del actuador.....	100

A.8	Distancia radial desde el centro de la superficie de montaje del actuador....	100
A.9	Velocidades máximas.....	101
A.10	Velocidad en las articulaciones a 100% de la velocidad programable.....	101
A.11	Aceleración base.....	101

Introducción

En la actualidad las Industrias enfrentan retos globales, existiendo la necesidad de desarrollar nuevas y mejoras tecnológicas, uso de robots, mejoras de comunicación, sistemas flexibles, diseño inteligentes de aulas usando herramientas de simulación, la necesidad de aprendizaje para capacitarse en el manejo adecuado de las tecnologías de automatización y redes de momento es una tarea retadora. Entre estos conceptos destaca el término robot proveniente de la palabra checa robota, que significa trabajo, éste demostraría tener una idea de su aspecto comparado con el hombre y de su utilidad.

En algunas noticias, televisión o prensa hayamos visto un robot de tipo industrial como una máquina más de nuestro entorno, especie de brazo mecánico animado, que con rapidez y precisión suelda carrocerías de vehículos o inserta circuitos integrados en placas electrónicas.

La norma UNE EN ISO 8373:1998, define con precisión el término robot manipulador industrial como un manipulador de 3 o más ejes, con control automático, reprogramable, multiaplicación, móvil o no, destinado a ser utilizado en aplicaciones de automatización industrial. Incluye al manipulador (sistema mecánico y accionadores) y al sistema de control (software y hardware de control y potencia).

Un robot industrial es un manipulador de uso general controlado por computador que consiste en algunos elementos rígidos conectados en serie mediante articulaciones prismáticas o de revolución.

Esta tesis reúne los conocimientos necesarios para conocer en parte qué es, cómo funciona y para qué sirve un robot. Tras su estudio, el robot será la síntesis de un importante conocimiento científico-técnico, adecuadamente conjuntados para dar como resultado un dispositivo destinado a mejorar la producción y la calidad de vida.

Resumen

La definición de robot industrial, destacando las características de los elementos (estructura mecánica, transmisores y reductores, actuadores, elementos terminales y sensores) que los hacen adecuados para su empleo en los robots se aborda en el Capítulo 1.

La formulación basada en matrices de transformación homogénea (en particular de acuerdo al procedimiento definido por Denavit y Hartenberg) para la obtención del modelo cinemático directo e inverso de un robot. Se define la matriz Jacobiana que establece la relación entre las velocidades del extremo del robot y las de sus actuadores se abordan en el Capítulo 2.

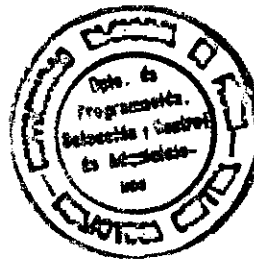
Las teorías del modelo dinámico de un robot para la obtención del modelo dinámico de un robot se abordan en el Capítulo 3.

El estudio de los elementos que componen una planta y la obtención de los parámetros mecánicos y eléctricos de un servosistema se abordan en el Capítulo 4.

El control dinámico del robot con un enfoque monovariable, se hace uso de la teoría clásica de control se aborda en el Capítulo 5.

El control cinemático, cuyo objetivo es definir con precisión las trayectorias temporales que deberán desarrollar cada uno de los actuadores del robot para conseguir los objetivos de velocidad y precisión de la mejor manera posible se aborda en el Capítulo 6.

La obtención de los costos del proyecto de tesis se aborda en el Capítulo 7.



Capítulo 1

Aspectos Generales

1.1. Robótica¹

Los primeros intentos de establecer una definición formal de robot, surge en el año 1979 por parte de la RIA (Robot Institute of America, actualmente Robotic Industries Association): Robot (RIA), un robot industrial es un manipulador multifuncional reprogramable, capaz de mover materias, piezas, herramientas o dispositivos especiales, según trayectorias variables programadas para realizar tareas diversas.

La actual definición, establecida por la Asociación Internacional de Estándares (ISO) está en su norma ISO 8373 define al robot industrial de la siguiente manera: Robot manipulador industrial (ISO), manipulador de tres o más ejes, con control automático, reprogramable, multiaplicación, móvil o no, destinado a ser utilizado en aplicaciones de automatización industrial. Incluye al manipulador (sistema mecánico y accionadores) y al sistema de control (software y hardware de control y potencia).

1.2. Clasificación de los Robot

Un robot generalmente se clasifica atendiendo a diferentes criterios o características.

¹ <http://www.tecsup.edu.pe/webuds/web/principal?accion=noticia&codigo=517>. Página web de Tecsup, Situación Actual de los Robots Industriales.

1.2.1. Clasificación atendiendo al Área de Aplicación²

La IFR establece esta clasificación, en base al sector económico según el uso a utilizar. Las actividades económicas (ISIC). Aquí se recoge sintetizada en la Tabla 1.1.

Tabla 1.1. Clasificación de las aplicaciones de los robots industriales manipuladores.

000	Sin especificar.
110	Manipuladores en fundición.
130	Manipuladores en moldeo de plásticos.
140	Manipuladores en tratamientos térmicos.
150	Manipuladores en la forja y estampación.
160	Soldadura.
170	Aplicación de materiales.
180	Mecanización.
190	Otros procesos.
200	Montaje.
210	Paletización y empaquetado.
220	Medición, inspección, control de calidad.
230	Manipulación de materiales.
240	Formación, enseñanza e investigación.
900	Otros.

Según el grado de interacción con el humano, recogándose en la Tabla 1.2. Según al tipo de aplicación, resumida en la Tabla 1.3.

Tabla 1.2. Clasificación de los robots de servicio por categoría y tipo de interacción.

510	Robots de servicio a humanos (personales, seguridad, entretenimiento, etc.). Interactivos. No interactivos Otros.
520	Robots de servicios a equipos (mantenimiento, reparación, limpieza, etc.). Interactivos. No interactivos Otros.
530	Otros Robots desarrollando funciones autónomas (vigilancia, transporte, adquisición de datos, etc). y/o robots de servicio que no entran en 510 y 520.

² IFR., International Federation of Robotics and United Nations. United Nations Publications.

Tabla 1.3. Clasificación de los robots de servicio por Áreas de aplicación

Sección I: ROBOTS PERSONALES Y DOMÉSTICOS	
1-5	Robots para tareas domésticas.
6-10	Robots de entretenimiento.
11-14	Asistenciales, ayuda a discapacitados.
15	Transporte Personal.
16	Seguridad y vigilancia de la vivienda.
17	Otros usos personales y domésticos.
ROBOTS DE SERVICIO PROFESIONALES	
18-23	Robots de exteriores
24-28	Limpieza profesional
29-31	Sistemas de inspección
32-36	Construcción y demolición
37-40	Sistemas logísticos
41-44	Medicina
45-50	Defensa, rescate y seguridad
51	Submarinos
52	Plataformas móviles de uso general
53-55	Robots de laboratorio
56-59	Relaciones públicas
60-61	Propósito especial
62	Humanoides
63	Robots a medida
64	Otros no especificados
I+D EN ROBÓTICA	
64	Percepción
65-67	Actuación
68	Micro y nano robots
69	Arquitecturas e integración
70	Navegación y control
71	Interfases con usuario y otras
72	Otras actividades de I+D no especificadas
73	Investigación básica

1.2.2. Clasificación atendiendo al Tipo de Control³

Atendiendo al tipo de control, la norma ISO 8373 y en consonancia la IFR. Aquí se recoge sintetizada en la Tabla 1.4.

³ IFR., Organización Internacional de Estándares (ISO), *Normas ISO* [en línea].

Disponible de World Wide Web: <http://www.iso.org>.

Tabla 1.4. Clasificación de los robots según la norma ISO 8373.

Robot secuencial (ISO)	Robot con un sistema de control en el que un conjunto de movimientos se efectúa eje a eje en un orden dado, de tal forma que la finalización de un movimiento inicia el siguiente
Robot controlado por trayectoria (ISO)	Robot que ejecuta un procedimiento controlado por el cual los movimientos de tres o más ejes controlados, se desarrollan según instrucciones que especifican en el tiempo la trayectoria requerida para alcanzar la siguiente posición (obtenida normalmente por interpolación).
Robot adaptativo (ISO)	Robot que tiene funciones de control con sensores, control adaptativo, o funciones de control de aprendizaje, por ejemplo, a través de un sistema de visión por computadora o por sensores de fuerza o contacto.
Robot Teleoperado (ISO)	Un robot que puede ser controlado remotamente por un operador humano, extendiendo las capacidades sensoriales y motoras de éste a localizaciones remotas.

1.3. Morfología de la Robótica

En este apartado se examinan los siguientes elementos constitutivos de un robot: estructura mecánica, transmisiones, sistemas de accionamiento, sistema sensorial, sistema de potencia y control, y elementos terminales.

1.3.1. Estructura mecánica de un robot⁴

La estructura mecánica de un robot está formado por una serie de elementos o eslabones unidos mediante articulaciones (En la práctica, solo se emplean articulaciones de rotación y prismática) que permiten el movimiento relativo entre cada dos eslabones consecutivos.

El número de grados de libertad de una cadena cinemática puede ser obtenida mediante la fórmula de Grübler, según la cual:

$$NGDL = \lambda(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i \quad [1.1]$$

⁴ Reuleaux, F., The Kinematics of Machinery, London: Macmillan

Dónde:

λ : GDL del espacio de trabajo (tres en el plano, seis en el espacio).

n : Número de eslabones (debe incluirse el eslabón fijo o base).

j : Número de articulaciones.

f_i : GDL permitidos a la articulación i .

1.3.1.1. Obtención de los GDL para un Brazo Robot A255

Dónde:

λ : 6 (3 para definir la posición y 3 para la orientación)

n : 7

j : 5

f_i : $f_1 = 1; f_2 = 1; f_3 = 1; f_4 = 1; f_5 = 1; f_6 = 0$; Rotación (1 GDL)

Sustituyendo en la Expresión [1.1], obtenemos lo siguiente:

$$NGDL = 6(6 - 5 - 1) + 5 = 5$$

1.3.2. Transmisores y reductores⁵

Los transmisores son los elementos encargados de transmitir el movimiento desde los actuadores hasta las articulaciones.

Los reductores son los encargados de adaptar el par y la velocidad de la salida del actuador a los valores adecuados para el movimiento de los elementos del robot.

1.3.2.1. Transmisiones

Las transmisiones son utilizadas para convertir movimiento circular en lineal o viceversa. Aquí se recoge sintetizada en la Tabla 1.5.

⁵ Torres, F., Pomares, J., Gil, P., Puente, S.T., y Aracil, R. *Automática & Robótica: Robots y sistemas sensoriales*. Capella, Isabel (ed.). 2a. ed. Madrid.

Tabla 1.5. Sistemas de transmisión para robots

Entrada-Salida	Denominación	Ventajas	Inconvenientes
Circular-Circular	Engranajes Correa dentada Cadena Paralelogramo Cable	Pares altos Distancia grande Distancia grande	Holguras ----- Ruido Giro limitado Deformabilidad
Circular-Lineal	Tornillo sinfín Cremallera	Poca holgura Holgura media	Rozamiento Rozamiento
Linal-Circular	Paral. Articulado Cremallera	Holgura media	Control difícil Razonamiento

Los transmisores más empleadas son los siguientes:

- **Cadenas:** Las cadenas se emplean para transmitir movimientos circulares de un eje a otro.
- **Cables:** Los cables realizan una función parecida a las cadenas; sin embargo pueden resultar más imprecisos por la deformación que pueden llegar a sufrir.
- **Correas:** Normalmente actúan usando la fricción entre las dos ruedas que enlazan.
- **Enlaces rígidos:** Suelen emplearse enlaces rígidos entre un eje de entrada y otro de salida evitando de esta forma que se puedan producir imprecisiones (ruidos, lubricaciones y deslizamientos) en el movimiento transmitido.

1.3.2.2. Reductores⁶

Los reductores permiten además de convertir movimientos (circulares en diferentes planos, circular-lineal o viceversa) adecuar la velocidad y el par a los valores deseados.

También existe una limitación en cuanto al par de salida permisible (T_2) que depende del par de entrada (T_1) y de la relación de transmisión a través de la relación:

⁶ Ferrando, F., Criterios para la selección de un reductor de velocidad, Automática e Instrumentación.

$$T_2 = nT_1 \frac{w_1}{w_2} \quad [1.2]$$

Los reductores más empleados son los siguientes:

- **Trenes de engranajes:** Son mecanismos formados por ruedas dentadas, para transmitir y transformar movimientos circulares, cambiando el par y la velocidad de las ruedas.
- **Reductor armónico (Harmonic Drive):** Este tipo de reductor es empleado en articulaciones rotacionales, Está compuesto por tres elementos principales concéntricos entre sí: un generador elíptico interior, una correa flexible, y una corona externa dentada rígida.
- **Ciclo-Reductor:** Este tipo de reductor es solidario de forma excéntrica con el eje del accionador, un disco de curvas, con unos huecos dispuestos circularmente en los que se insertan unos pernos, que están solidarios al eje de la articulación.

La Tabla 1.6 muestra valores típicos de los reductores para robótica actualmente empleados

Tabla 1.6. Características de reductores para robótica

Características	Valores típicos
Relación de reducción	50-300
Peso y tamaño	0.1-30 kg
Momento de inercia	10^{-4} kg m ²
Velocidades de entrada máxima	6.000-7.000 rpm
Par de salida nominal	5.700 Nm
Par de salida máximo	7.900 Nm
Juego angular	0°-2°
Rigidez torsional	100-2.000 Nm/rad
Rendimiento	85%-98%

1.3.2.3. Accionamiento Directo⁷

En el accionamiento directo el eje del actuador se conecta directamente a la carga o articulación, sin la utilización de un reductor intermedio, simplificando el sistema mecánico y eliminando el reductor.

1.3.3. Actuadores⁸

Los actuadores generan el movimiento de los elementos del robot según las órdenes dadas por la unidad de control. La Tabla 1.7 muestra los valores típicos de los actuadores para robótica actualmente empleados.

Tabla 1.7. Características de distintos tipos de actuadores para robots

	Neumático	Hidráulico	Eléctrico
Energía	<ul style="list-style-type: none">• Aire a presión (5-10 bar).	<ul style="list-style-type: none">• Aceite mineral (5-100 bar).	<ul style="list-style-type: none">• Corriente eléctrica.
Opciones	<ul style="list-style-type: none">• Cilindros.• Motor de paletas.• Motor de pistón.	<ul style="list-style-type: none">• Cilindros.• Motor de paletas.• Motor de pistones axiales.	<ul style="list-style-type: none">• Corriente continua.• Corriente alterna.• Motor paso a paso.
Ventajas	<ul style="list-style-type: none">• Baratos.• Rápidos.• Sencillos.• Robustos.	<ul style="list-style-type: none">• Rápidos.• Alta relación potencia-peso.• Autolubricantes.• Alta capacidad de carga.• Estabilidad frente a cargas estáticas.	<ul style="list-style-type: none">• Precisos.• Fiables.• Fácil control.• Sencilla instalación.• Silenciosos.
Desventajas	<ul style="list-style-type: none">• Dificultad de control continuo.• Instalación especial (compresor, filtros).• Ruidoso.	<ul style="list-style-type: none">• Difícil mantenimiento.• Instalación especial.• Instalación especial (filtros, eliminación aire)• Caros.	<ul style="list-style-type: none">• Potencia limitada.

⁷ Montano, L., Tardós, J.D., y Saghés, C., Accionamientos directos para robot, Automática e Instrumentación.

⁸ Barrientos, A., Pefiñ, L.F., Balaguer, C., y Aracil, R. *Fundamentos de Robótica*. Sánchez González, Carmelo (ed.). 2a. ed. Madrid: McGraw-Hill, 2007.

La Tabla 1.8 muestra las características de los accionadores para robótica actualmente empleados.

Tabla 1.8. Principales ventajas y desventajas de los distintos tipos de accionadores

	Ventajas	Desventajas
Accionadores eléctricos	<ul style="list-style-type: none"> • Rápidos y precisos. • Posibilidad de aplicar variadas técnicas de control del movimiento. • Más económicos. • Tamaño reducido y tiempos de respuesta rápidos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Altas velocidades implican bajo par, necesidad de engranajes o transmisiones. • El juego de los engranajes limita la precisión. • No resulta adecuados en atmósferas inflamables. • Sobrecalentamiento en condiciones de trabajo en parada. • Necesidad de frenos para bloquear el sistema. • Coste alto en motores grandes.
Accionadores neumáticos	<ul style="list-style-type: none"> • Más económicos. • Alta velocidad. • No contaminan el área de trabajo con otros fluidos. • No necesita línea de retorno la instalación. • Fuente de energía usual en entornos industriales. 	<ul style="list-style-type: none"> • Compresibilidad del aire limita el control y la precisión. • Mala precisión al actuar con cargas. • Necesidad de instalación adicional.
Accionadores hidráulicos	<ul style="list-style-type: none"> • Relación potencia-peso muy buena. • Muy buen servocontrol. • Autolubricación y autorrefrigerado. • Trabajo en parada sin problemas. • Respuesta rápida. • Operación suave a bajas velocidades. • Adecuado en atmósferas inflamables. 	<ul style="list-style-type: none"> • Instalación hidráulica costosa. • Necesidad de mantenimiento y fugas de aceite. • Necesidad de retorno en la instalación. • Problemas de miniaturización.

1.3.3.1. Actuadores Neumáticos⁹

En los actuadores neumáticos la fuente de energía es aire a presión generalmente entre 5 y 10 bar. Los reductores actuadores neumáticos son los siguientes:

⁹ W., Deppert y K., Stoll. *Dispositivos neumáticos*, Marcombo Boixareu Editores, Barcelona, 1994.

- **Cilindros neumáticos:** En los cilindros neumáticos se consigue el desplazamiento de un émbolo encerrado en un cilindro de simple o doble efecto, como consecuencia de la diferencia de presión a ambos lados de aquél. La Tabla 1.9 muestra las características de los cilindros neumáticos actualmente empleados.

Tabla 1.9. Clasificación de los émbolos encerrados en un cilindro.

Nombre	Descripción
Simple efecto	El émbolo se desplaza en un sentido como resultado del empuje ejercido por el aire a presión, mientras que en el otro sentido se desplaza como consecuencia del efecto de un muelle que recupera al émbolo a su posición de reposo.
Doble efecto	El aire a presión es el encargado de empujar al émbolo en las dos direcciones, al poder ser introducido de forma arbitraria en cualquiera de las dos cámaras

- **Motores neumáticos:** En los motores neumáticos (de aletas rotativas o de pistones axiales) se consigue el movimiento de rotación de un eje mediante aire a presión. La Tabla 1.10 muestra las características de los principales motores para robótica actualmente empleados.

Tabla 1.10. Clasificación de los motores neumáticos.

Motores	Descripción
Motores de aletas rotativas	Sobre el rotor excéntrico están dispuestas las aletas de longitud variable. Al entrar aire a presión en uno de los compartimientos formados por dos aletas y la carcasa, éstas tienden a girar hacia una situación en la que el compartimiento tenga mayor volumen.
Motores de pistones axiales	Tienen un eje de giro solidario a un tambor que se ve obligado a girar por las fuerzas que ejercen varios cilindros, que se apoyan sobre un plano inclinado

1.3.3.2. Actuadores hidráulicos¹⁰

Los actuadores hidráulicos utilizan aceites minerales a una presión comprendida normalmente entre los 50 100 bar, llegándose en ocasiones a superar los 300 bar.

Las elevadas presiones de trabajo, diez veces superiores a las de los actuadores neumáticos, permiten desarrollar elevadas fuerzas y pares, presenta estabilidad frente a cargas estáticas.

1.3.3.3. Actuadores eléctricos¹¹

En los actuadores eléctricos, las características de control, sencillez precisión de los accionamientos eléctricos ha hecho que sean los más usados en los robots industriales.

- Motores de corriente continua (DC):
 - Controlados por inducido.
 - Controlados por excitación.
- Motores de corriente alterna (AC):
 - Síncronos.
 - Asíncronos
- Motores paso a paso

Motores de corriente continua (DC)

Los motores DC están constituidos por dos devanados internos, inductor e inducido, que se alimentan con corriente continua:

- El inductor, también denominado devanado de excitación, está situado en el estator y crea un campo magnético de dirección fija, denominado de excitación.

¹⁰ R. W., Vockroth. *Industrial Hydraulics*, Delmar Publishers, Nueva York, 1994

¹¹ Cortés, M. *Curso moderno de máquinas eléctricas rotativas*. 1ª. Ed. Barcelona: Editores Técnicos Asociados, 1989.

- El inducido, situado en el rotor, hace girar al mismo debido a la fuerza de Lorentz que aparece como combinación de la corriente circulante por él y del campo magnético de excitación. Recibe la corriente del exterior a través del colector de delgas, en el que se apoyan unas escobillas de grafito.

Motores de Corriente Alterna (AC)

Presenta dificultad en su control. Sin embargo, en la actualidad sea la alternativa más utilizada en los robots industriales, principalmente a tres factores:

- La construcción de rotores síncronos sin escobillas.
- Uso de convertidores estáticos que permiten variar la frecuencia (y así la velocidad de giro) con facilidad y precisión.
- Empleo de la microelectrónica que permite una gran capacidad de control.

Motores paso a paso (PAP) ¹²

En los motores PAP el giro del rotor se produce de forma discreta (gira un determinado ángulo igual en cada paso) según el tren de pulsos con que se alimenta. Hay tres tipos de motores paso a paso:

- **Reluctancia variable:** este tipo de motor está compuesto por un rotor de material ferromagnético que presenta un número de polos inferior a los que tiene el estator.
- **De imanes permanentes:** Los polos del estator van alternando su alimentación de forma secuencial, hasta quedar enfrente en cada instante de tiempo

¹² Torres, F., Pomares, J., Gil, P., Puente, S.T., y Aracil, R. *Automática & Robótica: Robots y sistemas sensoriales*. 2a. ed. Madrid: Ed. Prentice Hall, 2002.

- **Híbridos:** este tipo de motores combinan las características de los dos anteriores y son los que presenta mejores características como: alta inercia, alto par. Siendo muy adecuados para aplicaciones de alta precisión.

1.3.4. Sensores internos¹³

Los sensores internos producen información relacionada con su estado (fundamentalmente la posición de sus articulaciones). La Tabla 1.11 muestra los tipos de actuadores para robótica actualmente empleados.

Tabla 1.11. Características de distintos tipos de actuadores para robots.

Medida	Tipo
Presencia	<ul style="list-style-type: none"> • Inductivo. • Capacitivo. • Efecto hall. • Célula Reed. • Óptico. • Ultrasónico. • Contacto.
Posición Analógicos	<ul style="list-style-type: none"> • Potenciómetros. • Resolver. • Sincro. • Inductosyn. • LVDT
Posición Digitales	<ul style="list-style-type: none"> • Digitales. • Encoders absolutos. • Encoders incrementales. • Regla óptica.
Velocidad	<ul style="list-style-type: none"> • Tacogeneratriz.

1.3.4.1. Sensores de posición

Para el control de posición angular se emplean, fundamentalmente, los denominados encoders y resolvers. Aquí se recoge sintetizada en la Tabla 1.12.

¹³ Torres, F., Pomares, J., Gil, P., Puente, S.T., y Aracil, R. *Automática & Robótica: Robots y sistemas sensoriales*. 2a. ed. Madrid: Ed. Prentice Hall, 2002

Tabla 1.12. Comparación entre distintos sensores ópticos de posición angular.

	Robustez mecánica	Rango dinámico	Resolución	Estabilidad térmica
Encoders	mala	media	buena	buena
Resolver	buena	buena	buena	buena
Potenciometro	regular	mala	mala	mala

Los sensores de posición más empleados son los siguientes:

- **Codificadores angulares de posición (encoders):** Los codificadores ópticos o encoders incrementales constan, en su forma más simple, de un disco transparente con una serie de marcas opacas colocadas radialmente y equidistantes entre sí.
- **Captadores angulares de posición (sincro-resolvers):** Se trata de captadores analógicos con resolución teóricamente infinita.
- **Sensores de desplazamiento lineal:** Se utilizan en casos en los que el actuador y el GDL son de translación
- **Transformador diferencial de variación lineal (LVDT) e Inductosyn:** Se basa en la utilización de un núcleo de material ferromagnético unido al eje cuyo movimiento se quiere medir.

1.3.4.2. Sensores de velocidad

Normalmente el bucle de control de velocidad es analógico, un tacogeneratriz proporciona una tensión proporcional a la velocidad de giro de su eje.

1.3.4.3. Sensores de Presencia

Este tipo de sensor es capaz de detectar la presencia de un objeto dentro de un radio de acción sin contacto. En el caso de detección con contacto, se trata de un interruptor, actuado mecánicamente a través de un vástago u otro dispositivo.

1.3.5. Elementos terminales¹⁴

Los elementos terminales (efectores finales), son los encargados de interaccionar directamente con el entorno del robot. Aquí se recoge sintetizada en la Tabla 1.13.

Tabla 1.13. Sistemas de sujeción para robots

Tipos de sujeción	Accionamiento	Uso
Pinzas de presión de desplazamiento angular o lineal	Neumático o eléctrico	Transporte y manipulación de piezas sobre las que no importe presionar
Pinza de enganche	Neumático o eléctrico	Piezas de grandes dimensiones o sobre las que no se puede ejercer presión
Ventosas de vacío	Neumático	Cuerpos con superficie lisa poco porosa (cristal, plástico, etc)
Electroimán	Eléctrico	Piezas ferromagnéticas

1.3.5.1. Elementos de sujeción

Este tipo de elemento terminal de sujeción o de una herramienta, acoplado al extremo de la muñeca del robot para cada aplicación en particular. Los elementos terminales más empleados son los siguientes:

- **Garras:** Son elementos que están en consonancia con el tamaño, peso y forma del objeto a manipular.
- **Garras magnéticas:** Son construidas con electroimanes de forma que producen fuerzas de atracción entre la garra y el objeto.

1.3.5.2. Herramientas terminales

Son herramientas específicas para uso del robot, debiendo ser construidas y adaptadas de manera específica. Aquí se recoge sintetizada en la Tabla 1.14.

¹⁴ Barrientos, A., Peñín, L.F., Balaguer, C., y Aracil, R. *Fundamentos de Robótica*. Sánchez González, Carmelo (ed.). 2a. ed. Madrid: McGraw-Hill, 2007.

Tabla 1.14. Herramientas terminales para robots

Tipo de herramienta	Comentarios
Pinza soldadura por puntos	Dos electrodos que se cierran sobre la pieza a soldar
Soplete soldadura al arco	Aportan el flujo de electrodo que se funde
Cucharón para colada	Para trabajos de fundición
Atornillador	Suelen incluir la alimentación de tornillos
Fresa-lija	Para perfilar, eliminar rebabas, pulir, etc.
Pistola de pintura	Por pulverización de la pintura
Cañon láser	Para corte de materiales, soldadura o inspección
Cañon de agua a presión	Para corte de materiales

Las Herramientas más empleados son las siguientes:

- **Herramientas:** Son empleadas por el robot para realizar determinadas operaciones sobre objetos o materiales.
- **Otros dispositivos:** Son empleados en algunos casos como elementos intermedios entre la muñeca y la garra o herramienta, y en otros son elementos terminales como cámaras de visión artificial para realizar el seguimiento y/o control de operaciones realizadas por otro robot, sensores de temperatura, etc.

1.4. Aplicaciones de la robótica¹⁵

La IFR clasifica a los robots de servicio, según el tipo de interacción y las áreas de aplicación:

1. Clasificación según el tipo de interacción:

- Servicio destinado a seres humanos: personal, seguridad, entretenimiento, etc.
- Servicio destinado a equipamiento: mantenimiento, reparación, limpieza, etc.
- Otro tipo de servicios: transporte, adquisición de datos y todos aquellos que no se pueden clasificar como servicio destinado a seres humanos o equipamiento.

¹⁵ Torres, F., Pomares, J., Gil, P., Puente, S.T., y Aracil, R., Robots y sistemas sensoriales, Ed. Prentice Hall.

2. Clasificación según áreas de aplicación:

- De limpieza: limpieza de ventanas, muros, tanques, suelos, etc.
- De alcantarillado: destinados a limpieza e inspección.
- De inspección de plantas industriales, centrales nucleares, puentes, etc.
- Submarinos: destinados a todo tipo de trabajo bajo el agua.
- Domésticos: destinados a labores dentro de las casas particulares.
- Médicos: destinados a labores médicas, operaciones quirúrgicas, etc.
- De asistencia: destinados para la ayuda a personas discapacitadas (silla de ruedas robotizadas).
- De correo: destinados a la distribución automática de correo y mensajería.
- Móviles: destinados a múltiples usos.
- Guías: destinados a ofertar información en museos.
- De reaprovisionamiento en la industria y almacenes.
- De emergencias: destinados a desactivar bombas, apagar incendios, etc.
- De construcción: destinados a labores en la construcción.
- De agricultura: destinados a labores de recolección, clasificación, reforestación, etc.
- Espaciales: realizan tareas en el espacio.
- Entretenimiento: destinados a labores de entretenimiento.

1.5. Problemática del Laboratorio de Mecatrónica

El Brazo robot A255 de 5 GDL del laboratorio de Mecatrónica de la Universidad Nacional de Piura, consta de un brazo robot con 7 motores y de un controlador de robot que utiliza el software operativo RAPL-II. El brazo está articulado con seis articulaciones y puede ser operado con un ordenador (PC) utilizando el software de comunicación Robcomm.

El CIM del laboratorio de Mecatrónica cuenta con un lector de código de barras para clasificar y ordenar las piezas que se mueven mediante una faja transportadora y un control multivariable. Debido a la falta de mantenimiento e información técnica del Robot tanto eléctrico como electrónico para su mantenimiento preventivo se malogro el efector final del brazo y luego se perdió la comunicación entre el software, quedando inoperativo.

1.6. Aportes y beneficios en la Especialidad de de Ingeniería Mecatrónica

Los beneficios del robot se dan en todas las actividades del hombre y es una ventaja a un futuro próximo no muy lejano de nuestra realidad, las principales características son su flexibilidad y robustez.

Los beneficios económicos restantes de tener un Brazo Robot A255 que reemplaza al ser humano en una fábrica son: Incrementar la imagen del laboratorio, reducir tiempos de entrega de los productos terminados. Gracias a su precisión y según el tipo de elemento terminal.



Capítulo 2

Modelamiento Cinemático

La cinemática del robot, estudia el movimiento del mismo con respecto a un sistema de referencia sin considerar las fuerzas que intervienen. Existen dos problemas a resolver en la cinemática del robot; el primero de ellos se conoce como el **problema cinemático directo** (determina la posición y orientación del extremo final del robot), y el **problema cinemático inverso** (obtiene los valores $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ para una posición y orientación del extremo).

2.1. Obtención de los parámetros de D-H¹⁶

La forma habitual que se suele utilizar en robótica es la representación de Denavit-Hartenberg (D-H). *Denavit y Hartenberg propusieron en 1955 un método matricial que establece la localización que debe tomar cada sistema de coordenadas $\{S_i\}$ ligado a cada eslabón i de una cadena articulada, para poder sistematizar la obtención de las ecuaciones cinemáticas de la cadena completa.*

Resultando posible lo expuesto anteriormente mediante 4 transformaciones básicas en el orden indicado. De este modo se tiene que:

$${}^{i-1}A_i = Rotz(\theta_i)T(0,0,d_i)T(a_i,0,0)Rotx(\alpha_i)$$

¹⁶ Denavit, J., y Hartenberg, R. S., A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Base don Matrices, Journal of Applied Mechatronics, junio 1955

Dónde:

$Rotz(\theta_i)$: Rotación alrededor del eje z_{i-1} un ángulo θ_i .

$T(0,0,d_i)$: Traslación a lo largo del eje z_{i-1} una distancia d_i ; vector $d_i(0,0,d_i)$

$T(a_i,0,0)$: Traslación a lo largo del eje x_{i-1} una distancia a_i ; vector $a_i(a_i,0,0)$

$Rotz(\alpha_i)$: Rotación alrededor del eje x_i un ángulo α_i .

Y realizando el producto entre las matrices se obtiene:

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\theta_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i C\theta_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [2.1]$$

Donde $\alpha_i, a_i, \theta_i, d_i$ son los parámetros D-H del eslabón i para obtener las matrices ${}^{i-1}A_i$ y relacionar así todos y cada uno de los eslabones del robot.

2.1.1. Algoritmo para la obtención de los parámetros de D-H

Paso 1: Localizar los ejes z_0, \dots, z_{n-1} según la articulación.

Paso 2: Se establece el sistema de la base $\{S_0\}$ en cualquier punto del eje z_0 . Los ejes x_0 e y_0 se situarán de modo que formen un sistema dextrógiro.

Paso 3: Para $1 \leq i \leq n-1$, situar $\{S_i\}$ en la intersección del eje z_i con la línea normal común a z_i y z_{i-1} . Si son paralelos se localiza en la articulación $i+1$.

Paso 4: Situar x_i en la línea normal común a z_{i-1} y z_i .

- Paso 5: Situar y_i de modo que forma un sistema dextrógiro con x_i y z_i .
- Paso 6: Situar el sistema $\{S_n\}$ en el extremo del robot de modo que z_n coincida con la dirección de z_{n-1} y x_n sea normal a z_{n-1} y z_n .
- Paso 7: Se representan los cuatro parámetros de $D-H(\alpha_i, a_i, \theta_i, d)$ que dependen únicamente de las características geométricas de cada eslabón y de las articulaciones que le unen con el anterior y siguiente mostrado en la Figura 2.1.

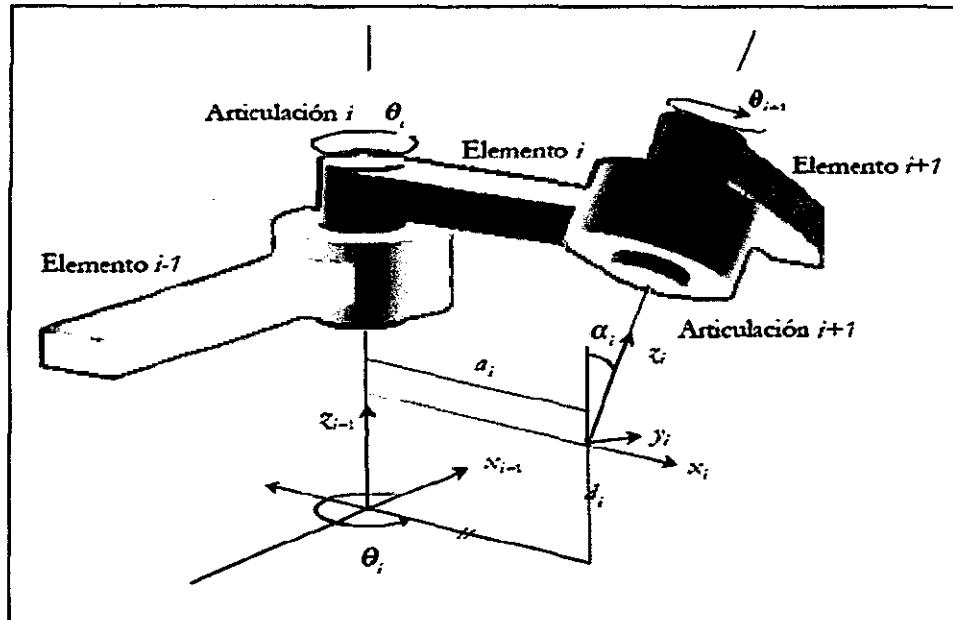


Figura 2.1. Parámetros cinemáticos según la metodología D-H

Dónde:

- a_i : Distancia a lo largo del eje x_i . Desde la intersección del eje x_i con el eje z_{i-1} hasta o_{i+1} (giratoria) o como la distancia más corta entre los ejes z_{i-1} y z_i (prismática).
- d_i : Distancia a lo del eje z_{i-1} desde o_{i-1} hasta la intersección del eje x_i con el eje z_{i-1} . Varía para q_i prismáticas
- α_i : Angulo desde el eje z_{i-1} al eje z_i medido en un plano perpendicular al eje x_i .

θ_i : Angulo desde el eje x_{i-1} al eje x_i medido en un plano perpendicular al eje z_{i-1} .

2.2. Matriz de transformación homogénea¹⁷

La matriz homogénea expresa la orientación y posición de un sistema de referencia $O'UVW$ con respecto a otro fijo $OXYZ$. Equivale a:

$$T = {}^0A_1 {}^1A_2 \dots {}^{n-1}A_n = \begin{bmatrix} \text{matriz de} & \text{vector de} \\ \text{rotación} & \text{traslación} \\ \text{transformación} & \text{escalado} \\ \text{de perspectiva} & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & p_{3 \times 1} \\ f_{1 \times 3} & w_{1 \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [2.2]$$

Dónde:

n : Vector que forme terna ortogonal con o y a .

o : Vector perpendicular a a en el plano definido por la pinza del robot.

a : Vector en la dirección de aproximación del extremo del robot a su destino.

p : Vector de posición.

2.2.1. Algoritmo de Resolución del Problema Cinemático Directo

Paso 1: "Referenciar" (Llevar el brazo a la posición de inicio).

Paso 2: Asignar un sistema de referencia a cada articulación.

Paso 3: Construir una tabla con los parámetros de D-H.

Paso 4: Obtener las relaciones entre los eslabones consecutivos ${}^{i-1}A_i$ sustituyendo en la expresión [2.1].

Paso 5: Obtener la matriz de transformación homogénea T , sustituyendo en la expresión [2.2].

¹⁷ Barrientos, A., Peñín, L.F., Balaguer, C., y Aracil, R. *Fundamentos de Robótica*. Sánchez González, Carmelo (ed.). 2a. ed. Madrid: McGraw-Hill, 2007.

2.2.2. Obtención del modelo cinemático directo para un Brazo Robot A255¹⁸

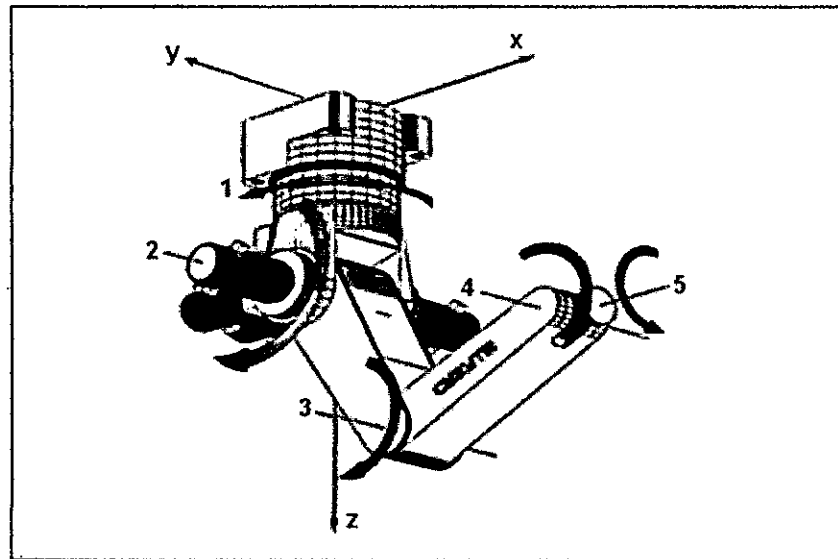


Figura 2.2. Brazo Robot A255 sin carro de transporte

En la Figura 2.2 muestra el Brazo Robot A255 sin carro de transporte, en una posición del brazo contenida en la memoria del controlador cuando está apagado.

Se va obtener aquí el modelo cinemático directo. De este modo se tiene que:

Paso 1: El procedimiento denominado "Referenciar" consiste en colocar el brazo en una posición de referencia que se conserva en la memoria del controlador. En esta posición, el disco encoder de cada articulación se alinea a una posición de pulso cero. De este modo se tiene que:

1. Asegurar de que la consola de operación esté conectada al controlador.

¹⁸ Barrientos, A., Peñín, L.F., Balaguer, C., y Aracil, R. *Fundamentos de Robótica*. Sánchez González, Carmelo (ed.). 2a. ed. Madrid: McGraw-Hill, 2007.

2. Asegurar de que el Brazo Robot A255 esté en la posición de inicio con cada indicador dentro de la zona de inicio, puesta en posición de inicio (Figura 2.3). Se localizan las rotaciones alrededor de su eje de giro de cada una de las articulaciones del robot, con los que se construye la Tabla 2.1.

Tabla 2.1. Desplazamientos angulares de referencia

Articulación	θ	Grados
1	q_1	0
2	q_2	20
3	q_3	-40
4	q_4	0
5	q_5	0

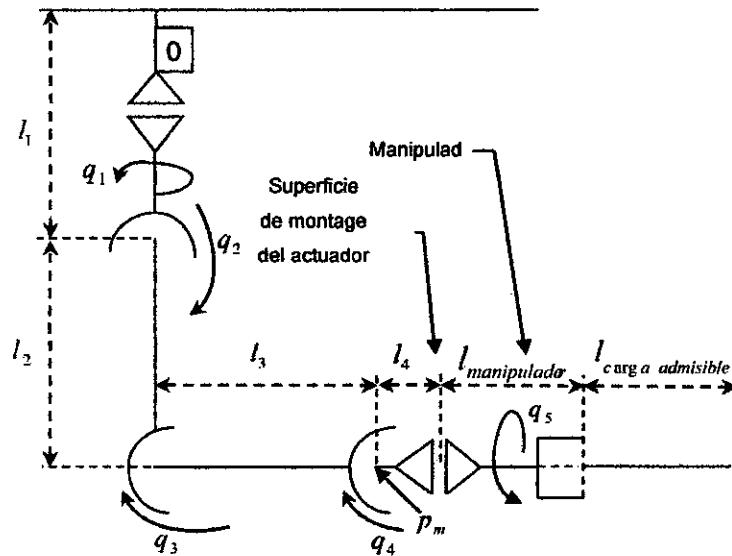


Figura 2.3. Modelo simplificado del Brazo Robot A255

Dónde:

l_1 : Distancia de la superficie de montaje al hombro

l_2 : Distancia del hombro al codo

l_3 : Distancia del codo al eje de la muñeca (eje 4)

l_4 : Distancia del eje de la muñeca (eje 4) a la superficie de montaje del actuador

q_i : Desplazamiento angular de la articulación i

Paso 2: En primer lugar, se localiza el sistema de referencia de la base en la guía de usuario del Brazo Robot A255 y a continuación se localizan los sistemas de referencia de cada una de las articulaciones del robot (Figura 2.5).

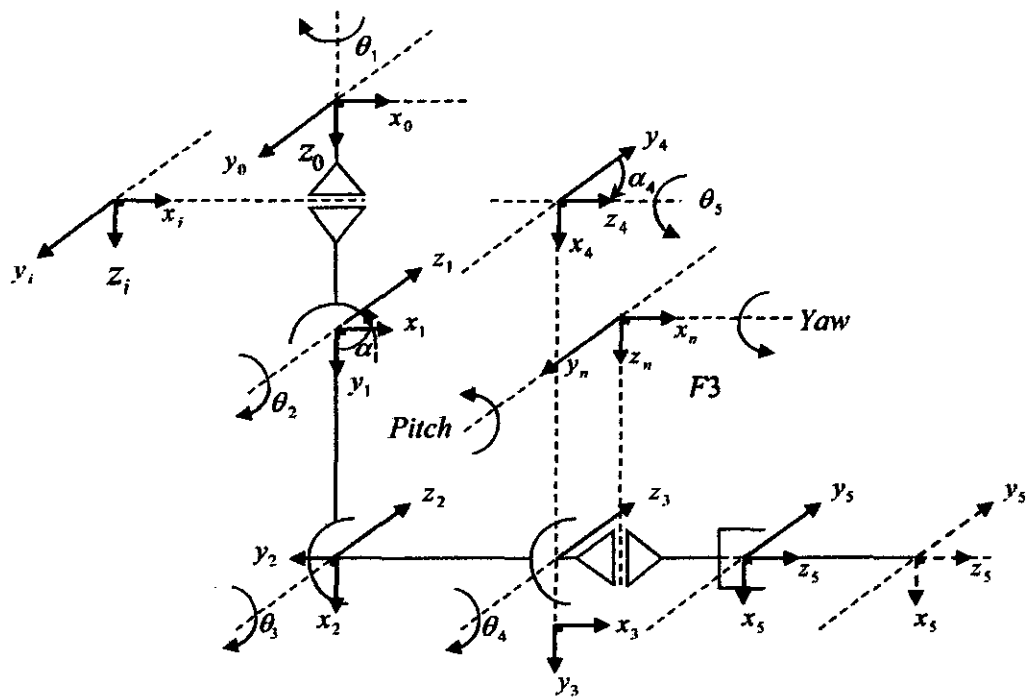


Figura 2.4. Secuencia de D-H para el Brazo Robot A255

Paso 3: Posteriormente, se determinan los parámetros de Denavit-Hartenberg del Brazo Robot A255, con los que se construye la Tabla 2.1.

Tabla 2.2. Parámetros de D-H del Brazo Robot A255 en función de L.

Articulación	α	a	θ	d	Rango de articulación
1	90	0	q_1	L	-175 a +175
2	0	L	q_2	0	+110 a 0
3	0	L	q_3	0	0 a -130
4	90	0	q_4	0	+110 a -110
5	0	0	q_5	kL	+180 a -180

Dónde:

$$L = l_1 = l_2 = l_3$$

$$l_4 = 0.2L$$

$$l_{manipulado} = 0.378L$$

$$kL = l_4 + l_{manipulado} + l_{carga admisible}$$

$$kL = 0.578L + l_{carga admisible}$$

Paso 4: Una vez calculados los parámetros de cada eslabón, se calculan las matrices ${}^{i-1}A_i$, sustituyendo en la expresión [2.1] de la siguiente manera:

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^1A_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & LC_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & LS_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & LC_3 \\ S_3 & C_3 & 0 & LS_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^3A_4 = \begin{bmatrix} C_4 & 0 & S_4 & 0 \\ S_4 & 0 & -C_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^4A_5 = \begin{bmatrix} C_5 & -S_5 & 0 & 0 \\ S_5 & C_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & kL \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Paso 5: Así pues, se puede calcular la matriz T, sustituyendo en la expresión [2.2] que indica la localización del sistema final con respecto al sistema de referencia de la base del Brazo Robot A255.

$$T = \begin{bmatrix} C_1 C_{234} C_5 + S_1 S_5 & -C_1 C_{234} S_5 + S_1 C_5 & C_1 S_{234} & LC_1(S_{234}k + C_{23} + C_2) \\ S_1 C_{234} C_5 - C_1 S_5 & -S_1 C_{234} S_5 - C_1 C_5 & S_1 S_{234} & LS_1(S_{234}k + C_{23} + C_2) \\ S_{234} C_5 & -S_{234} S_5 & -C_{234} & L(-C_{234}k + S_{23} + S_2 + 1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Obtenida la matriz T, ésta expresara la matriz de orientación (submatriz de (3x3) de rotación) y posición (submatriz (3x1) de traslación) del extremo del Brazo Robot A255 en función de sus coordenadas articulares, con lo quedará resuelto el problema cinemático directo:

2.3. Cinemática Inversa¹⁹

El objetivo del problema cinemático inverso consiste en encontrar los valores que deben adoptar las coordenadas articulares del robot $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ para que su extremo se posicione y oriente según una determinada localización espacial $(p, [n, o, a])$, obtenida mediante la expresión [2.2].

Este tipo de solución presenta, entre otras, las siguientes ventajas:

1. En muchas aplicaciones, el problema cinemático inverso ha de resolverse en tiempo real. Una solución de tipo iterativo no garantiza tener la solución.

¹⁹ Barrientos, A., Peñín, L.F., Balaguer, C., y Aracil, R. *Fundamentos de Robótica*. Sánchez González, Carmelo (ed.). 2a. ed. Madrid: McGraw-Hill, 2007.

2. Al contrario de lo que ocurría en el problema cinemático directo, con cierta frecuencia la solución del problema cinemático inverso no es única.

Existiendo diferentes n -cuplas $[q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ que posicionaran y orientan el extremo del robot del mismo modo.

2.3.1. Modelo cinemático inverso por métodos geométricos.

El procedimiento se basa en encontrar relaciones geométricas en las que intervienen las coordenadas del extremo del robot, sus coordenadas articulares y las dimensiones físicas de sus elementos para robot con pocos GDL o robot simplificados mediante el desacoplo cinemático.

2.3.2. Modelo cinemático inverso a partir de la matriz T

El método, está basado en cambios de los sistemas de referencia; relaciones que expresan el valor de la posición y orientación del extremo del robot, obtenidas de las siguientes ecuaciones:

$$({}^0A_i)^T T = {}^iA_n \Rightarrow {}^iA_0 \begin{bmatrix} n & o & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = {}^iA_n$$

Se dispone de 12 ecuaciones (prescindiendo de las 4 identidades asociadas a la última fila). Donde solo se buscan las 3 relaciones de la última columna.

2.3.3. Desacoplo cinemático

El procedimiento permite disminuir el número de modelos diferentes, puede comenzarse por hacer las siguientes consideraciones:

$$p_m = p - La_N$$

$${}^mR_N = ({}^0R_m)^T {}^0R_N \Rightarrow {}^mR_N = {}^mR_0 [n \quad o \quad a]$$

Dónde:

m : Articulación de la muñeca.

L : Longitud del manipulador y la carga admisible.

N : Número de GDL.

R : Matriz de rotación (3x3).

n : Vector que forme terna ortogonal con o y a .

o : Vector perpendicular a a en el plano definido por la pinza del robot.

a : Vector en la dirección de aproximación del extremo del robot a su destino.

p : Vector de posición (3x1).

1. Generalmente los movimientos de los últimos 3 GDL, destinados a orientar el extremo del robot, suponen pequeñas variaciones en la dinámica del mismo, por cuanto las longitudes de las correspondientes articulaciones (parámetro d en los parámetros D-H) son reducidas.
2. En muchos robots, como es el caso de las articulares, el valor del primer GDL está en un plano perpendicular a los demás. Asimismo, origina que el efecto de su movimiento sobre los demás sea mínimo, especialmente si las velocidades de movimiento no son elevadas.

2.3.4. Algoritmo de Resolución del Problema Cinemático Inverso

Paso 1: Resolver por desacoplo cinemático.

Paso 2: Resolver por métodos geométricos.

Paso 3: Resolver a partir de transformación homogénea.

2.3.5. Obtención del modelo cinemático inverso para un Brazo Robot A255

Paso 1: Separar los problemas de obtención del modelo cinemático inverso de posición y orientación, en un punto denominado la muñeca del robot mostrado en la Figura 2.6.

Es importante observar que el movimiento del último GDL (q_5), no afecta a la posición del Brazo Robot A255.

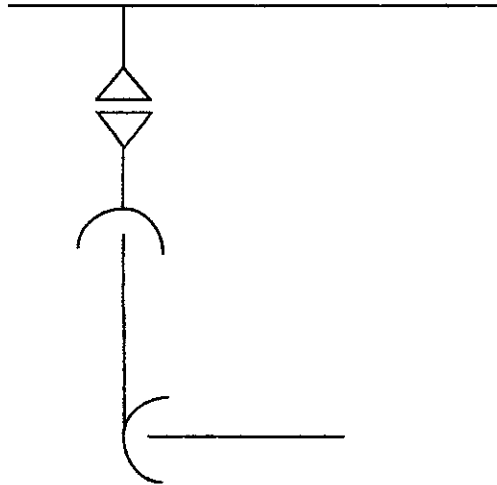


Figura 2.5. Brazo Robot A255 de 3 GDL instalado en posición invertida

La posición del extremo del extremo del Robot, se puede obtener trasladando el centro de la muñeca (p_{mx}, p_{my}, p_{mz}) una distancia kL a lo largo del eje z_s , Es decir:

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{mx} + La_x \\ p_{my} + La_y \\ p_{mz} + La_z \end{bmatrix}$$

Dónde:

L : Longitud del manipulador y la carga admisible.

a : Vector en la dirección de aproximación del extremo del robot a su destino.

p : Vector de posición (3x1).

p_m : Vector de posición de la muñeca del robot (3x1).

Paso 2: Encontramos los primeros GDL (q_1, q_2 y q_3), por métodos geométricos, así obtenemos lo siguiente:

Para una estructura típica articular, Los datos de partida son las coordenadas (p_{mx}, p_{my}, p_{mz}) en las que se quiere posicionar su extremo, obteniendo lo siguiente:

$$S_1 P_{mx} - C_1 P_{my} = 0$$

$$q_1 = \arctg\left(\frac{p_{my}}{p_{mx}}\right) \quad [2.3]$$

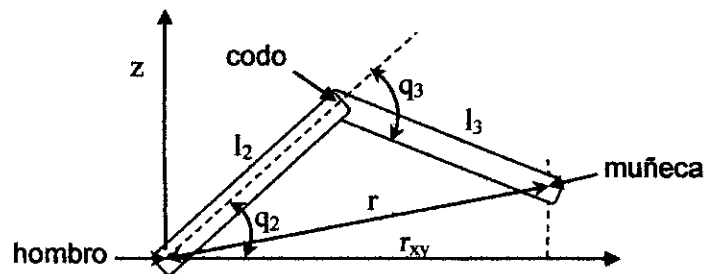


Figura 2.6. Elementos 2 y 3 del robot contenidos en un plano y en configuración codo arriba

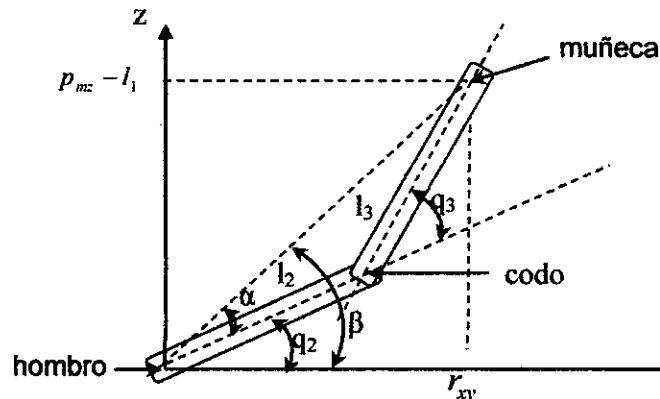


Figura 2.7. Elementos 2, 3 del robot contenidos en un plano y en configuración codo abajo

Existe 2 posibles soluciones para q_3 según se tome el signo positivo (codo arriba), mostrado en la Figura 2.7 o el signo negativo (codo abajo) en la raíz, mostrado en la Figura 2.8.

Considerando únicamente los elementos 2 y 3 que están situados en un plano, y utilizando el teorema del coseno, se tendrá:

$$\begin{aligned}
 r^2 &= r_{xy}^2 + (p_{mz} - l_1)^2 \\
 r_{xy}^2 &= p_{mx}^2 + p_{my}^2 \\
 r^2 &= r_{xy}^2 + (p_{mz} - l_1)^2 = p_{mx}^2 + p_{my}^2 + (p_{mz} - l_1)^2 = l_2^2 + l_3^2 + 2l_2l_3\cos(q_3) \\
 \text{sen}(q_3) &= \pm \sqrt{1 - \cos^2(q_3)}
 \end{aligned}$$

Siendo:

$$\begin{aligned}
 q_2 &= \beta - \alpha \\
 \beta &= \arctg\left(\frac{p_{mz}}{r_{xy}}\right) = \arctg\left(\frac{p_{mz} - l_1}{\pm \sqrt{p_{mx}^2 + p_{my}^2}}\right) \\
 \alpha &= \arctg\left(\frac{l_3 \text{sen}(q_3)}{l_2 + l_3 \cos(q_3)}\right)
 \end{aligned}$$

Luego, finalmente:

$$q_2 = \arctg\left(\frac{p_{mz} - l_1}{\pm \sqrt{p_{mx}^2 + p_{my}^2}}\right) - \arctg\left(\frac{l_3 \text{sen}(q_3)}{l_2 + l_3 \cos(q_3)}\right) \quad [2.4]$$

Luego, por motivos computacionales obtenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 \cos(q_3) &= \frac{p_{mx}^2 + p_{my}^2 + (p_{mz} - l_1)^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2l_3} \\
 q_3 &= \arctg\left(\frac{\pm \sqrt{1 - \cos^2(q_3)}}{\cos(q_3)}\right) \quad [2.5]
 \end{aligned}$$

Paso 3: Resolvemos el problema cinemático inverso a partir de la matriz de transformación homogénea, obtenemos las inversas de las matrices, ${}^{i-1}A_i$.

$${}^1A_0 = \begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ S_1 & -C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L & 1 \end{bmatrix} \quad {}^2A_1 = \begin{bmatrix} C_2 & S_2 & 0 & 0 \\ -S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ LC_2 & LS_2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [2.6]$$

$${}^3A_2 = \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ LC_3 & LS_3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^4A_3 = \begin{bmatrix} C_4 & S_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S_4 & -C_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Puesto que ${}^4A_0 T = {}^4A_5$ se tendrá que:

$$\begin{bmatrix} C_{234}(C_1 p_x + S_1 p_y) + S_{234} p_z \\ S_1 p_x - C_1 p_y \\ S_{234}(C_1 p_x + S_1 p_y) - C_{234} p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ kL \end{bmatrix} \quad [2.7]$$

Y teniendo en cuenta que:

$$\begin{aligned} (S_1 p_x - C_1 p_y)^2 &= S_1^2 p_x^2 - 2S_1 p_x C_1 p_y + C_1^2 p_y^2 = 0 \\ (1 - C_1^2) p_x^2 - 2S_1 p_x C_1 p_y + (1 - S_1^2) p_y^2 &= 0 \\ p_x^2 - C_1^2 p_x^2 - 2S_1 p_x C_1 p_y + p_y^2 - S_1^2 p_y^2 &= 0 \\ p_x^2 + p_y^2 &= C_1^2 p_x^2 + 2S_1 p_x C_1 p_y + S_1^2 p_y^2 \\ p_x^2 + p_y^2 &= (C_1 p_x + S_1 p_y)^2 \end{aligned}$$

$$\boxed{C_1 p_x + S_1 p_y = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}}$$

Tomando el elemento (1,4) en ambos miembros de la relación mostrada en las ecuaciones de [2.7].

$$\begin{aligned} C_{234}(C_1 p_x + S_1 p_y) + S_{234} p_z &= 0 \\ q_2 + q_3 + q_4 &= -\arctan\left(\frac{C_1 p_x + S_1 p_y}{p_z}\right) \end{aligned}$$

$$q_4 = -q_2 - q_3 - \arctan\left(\frac{\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}{p_z}\right) \quad [2.8]$$

Las expresiones [2.3], [2.4], [2.5] y [2.8] corresponden a la solución del problema cinemático inverso del Brazo Robot A255 prescindiendo de q_5 . A continuación se reproduce estas expresiones:

$$q_1 = \arctg\left(\frac{p_{my}}{p_{mx}}\right)$$

$$q_2 = \arctg\left(\frac{p_{mx} - l_1}{\pm \sqrt{p_{mx}^2 + p_{my}^2}}\right) - \arctg\left(\frac{l_3 \sin(q_3)}{l_2 + l_3 \cos(q_3)}\right) \quad [2.9]$$

$$q_3 = \arctg\left(\frac{\pm \sqrt{1 - \cos^2(q_3)}}{\cos(q_3)}\right)$$

$$q_4 = -q_2 - q_3 - \arctan\left(\frac{\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}{p_z}\right)$$

Es importante considerar que q_5 no afecta a la posición de coordenadas (p_x, p_y, p_z) .

2.4. Modelo diferencial. Matriz Jacobiana²⁰

2.4.1. Jacobiana analítica.

La Jacobiana analítica se obtiene derivando el modelo cinemático directo, en este caso, las expresiones de la posición (x, y, z)

²⁰ Orin, D. y Schrader, W. *Eficcient Jacobian Determination for Robot Manipulators: Robotics Research, The first international Symposium*. MIT Press, Massachusetts, 1984.

son directamente obtenidas del vector p de la matriz T . Los ángulos de Euler WWV (ϕ, θ, ψ), deben obtenerse a partir de la submatriz de rotación.

$$R = Rotz(\phi)Roty(\theta)Rotz(\psi) = \begin{bmatrix} C_\phi & -S_\phi & 0 \\ S_\phi & C_\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_\theta & 0 & S_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S_\theta & 0 & C_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_\psi & -S_\psi & 0 \\ S_\psi & C_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} C_\phi C_\theta C_\psi - S_\phi S_\psi & -C_\phi C_\theta S_\psi - S_\phi C_\psi & C_\phi S_\theta \\ S_\phi C_\theta C_\psi + C_\phi S_\psi & -S_\phi C_\theta S_\psi + C_\phi C_\psi & S_\phi S_\theta \\ -S_\theta C_\psi & S_\theta S_\psi & C_\theta \end{bmatrix}$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{a_y}{a_x}\right); \quad \theta = \arctan\left(\frac{a_y}{a_z S_\phi}\right); \quad \psi = \arctan\left(-\frac{a_z}{n_z}\right)$$

$$J_a = \begin{bmatrix} \frac{\partial p_x}{\partial q_1} & \frac{\partial p_x}{\partial q_2} & \frac{\partial p_x}{\partial q_n} \\ \frac{\partial p_y}{\partial q_1} & \frac{\partial p_y}{\partial q_2} & \frac{\partial p_y}{\partial q_n} \\ \frac{\partial p_z}{\partial q_1} & \frac{\partial p_z}{\partial q_2} & \frac{\partial p_z}{\partial q_n} \\ \frac{\partial \phi}{\partial q_1} & \frac{\partial \phi}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial \phi}{\partial q_n} \\ \frac{\partial \theta}{\partial q_1} & \frac{\partial \theta}{\partial q_2} & & \frac{\partial \theta}{\partial q_n} \\ \frac{\partial \psi}{\partial q_1} & \frac{\partial \psi}{\partial q_2} & & \frac{\partial \psi}{\partial q_n} \\ q_1 & q_2 & & q_n \end{bmatrix} \quad [2.10]$$

2.4.1.1. Obtención numérica de la J_a para un Brazo Robot A255

Por tanto, al ser en este caso

$$R = Rotz(\phi)Roty(\theta)Rotz(\psi)$$

$$R = \begin{bmatrix} C_1 C_{234} C_5 + S_1 S_5 & -C_1 C_{234} S_5 + S_1 C_5 & C_1 S_{234} \\ S_1 C_{234} C_5 - C_1 S_5 & -S_1 C_{234} S_5 - C_1 C_5 & S_1 S_{234} \\ S_{234} C_5 & -S_{234} S_5 & -C_{234} \end{bmatrix}$$

Por tanto, en conjunto se tiene que el modelo cinemático directo viene recogido en las ecuaciones:

$$\begin{aligned}
p_x &= LC_1(S_{234}k + C_{23} + C_2) \\
p_y &= LS_1(S_{234}k + C_{23} + C_2) \\
p_z &= L(-C_{234}k + S_{23} + S_2 + 1) \\
\phi &= q_1 + \pi \\
\theta &= (q_2 + q_3 + q_4) + \pi \\
\psi &= q_5
\end{aligned}$$

Y, por tanto J_a satisface simultáneamente todas las ecuaciones [2.10].

$$J_a = \begin{bmatrix} -S_1L(C_2 + C_{23} + kS_{234}) & -C_1L(S_2 + S_{23} - kC_{234}) & -C_1L(S_{23} - kC_{234}) & kLC_1C_{234} & 0 \\ C_1L(C_2 + C_{23} + kS_{234}) & -S_1L(S_2 + S_{23} - kC_{234}) & -S_1L(S_{23} - kC_{234}) & kLS_1C_{234} & 0 \\ 0 & L(C_2 + C_{23} + kS_{234}) & L(C_{23} + kS_{234}) & kLS_{234} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.4.2. Jacobiana geométrica

El siguiente procedimiento está basado en la propagación de las velocidades permitiendo obtener las columnas de la matriz Jacobiana geométrica que relaciona velocidades articulares con las velocidades lineales (velocidades de traslación) y angulares (velocidades de rotación) del extremo del robot, quedara expresada de la siguiente manera:

$$J_i = \begin{cases} \begin{bmatrix} {}^0A_{i-1}(2,3) \begin{bmatrix} {}^0A_n(3,4) - {}^0A_{i-1}(3,4) \\ {}^0A_{i-1}(3,3) \end{bmatrix} - {}^0A_{i-1}(3,3) \begin{bmatrix} {}^0A_n(2,4) - {}^0A_{i-1}(2,4) \\ {}^0A_n(3,4) - {}^0A_{i-1}(3,4) \end{bmatrix} \\ {}^0A_{i-1}(1,3) \begin{bmatrix} {}^0A_n(2,4) - {}^0A_{i-1}(2,4) \\ {}^0A_n(1,4) - {}^0A_{i-1}(1,4) \end{bmatrix} - {}^0A_{i-1}(2,3) \begin{bmatrix} {}^0A_n(1,4) - {}^0A_{i-1}(1,4) \\ {}^0A_n(3,4) - {}^0A_{i-1}(3,4) \end{bmatrix} \\ {}^0A_{i-1}(1,3) \begin{bmatrix} {}^0A_n(2,4) - {}^0A_{i-1}(2,4) \\ {}^0A_n(1,4) - {}^0A_{i-1}(1,4) \end{bmatrix} \end{bmatrix} & \text{Si el eslabón } i \text{ es de rotación} \\ \begin{bmatrix} {}^0A_{i-1}(1,3) \\ {}^0A_{i-1}(2,3) \\ {}^0A_{i-1}(3,3) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \text{Si el eslabón } i \text{ es de traslación} \end{cases} \quad [2.11]$$

Dónde:

$$J = [J_1, J_2, \dots, J_n] \quad [2.12]$$

2.4.2.1. Obtención numérica de la Jacobiana para un Brazo Robot A255

Y, por tanto J satisface todas las ecuaciones de la Expresión [2.12].

$$J = \begin{bmatrix} -S_1 L(C_2 + C_{23} + kS_{234}) & -C_1 L(S_2 + S_{23} - kC_{234}) & -C_1 L(S_{23} - kC_{234}) & kL C_1 C_{234} & 0 \\ C_1 L(C_2 + C_{23} + kS_{234}) & -S_1 L(S_2 + S_{23} - kC_{234}) & -S_1 L(S_{23} - kC_{234}) & kL S_1 C_{234} & 0 \\ 0 & L(C_2 + C_{23} + kS_{234}) & L(C_{23} + kS_{234}) & kL S_{234} & 0 \\ 0 & S_1 & S_1 & S_1 & C_1 S_{234} \\ 0 & -C_1 & -C_1 & -C_1 & S_1 S_{234} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -C_{234} \end{bmatrix}$$

2.5. Volumen de trabajo

Es volumen espacial es el área de trabajo (campo de acción) al que puede llegar el extremo del robot. Este volumen está determinado por el tamaño, forma y tipo de los eslabones que integran el robot, así como por las limitaciones del movimiento impuestas por el sistema de control.

2.5.1. Obtención del Volumen de trabajo del Brazo Robot A255²¹

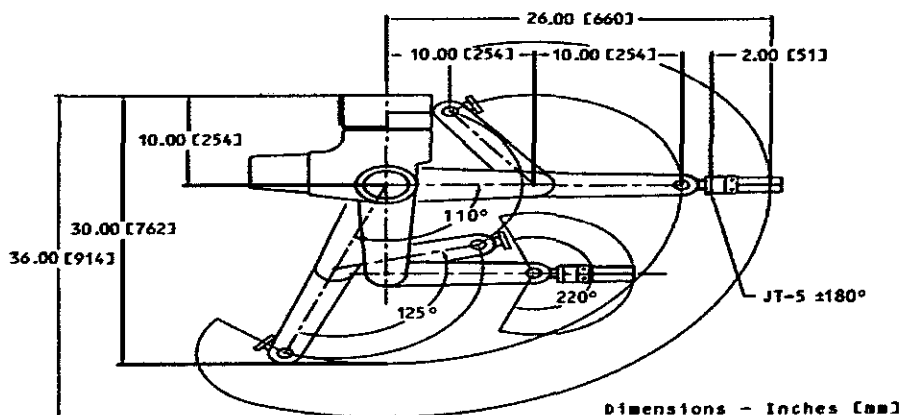


Figura 2.8. Elevación del Brazo Robot A255

²¹ Larburu A., Nicolas. *Maquinas Prontuario: Técnicas, Máquinas y Herramientas*. 4a. ed. Madrid: Panainfo, 1 992.

El volumen de trabajo para el cual el manipulador está diseñado (Figura 2.9) se describe por la trayectoria que enmarca el movimiento de su brazo y el barrido que este está en capacidad de realizar por la articulación de cadera.

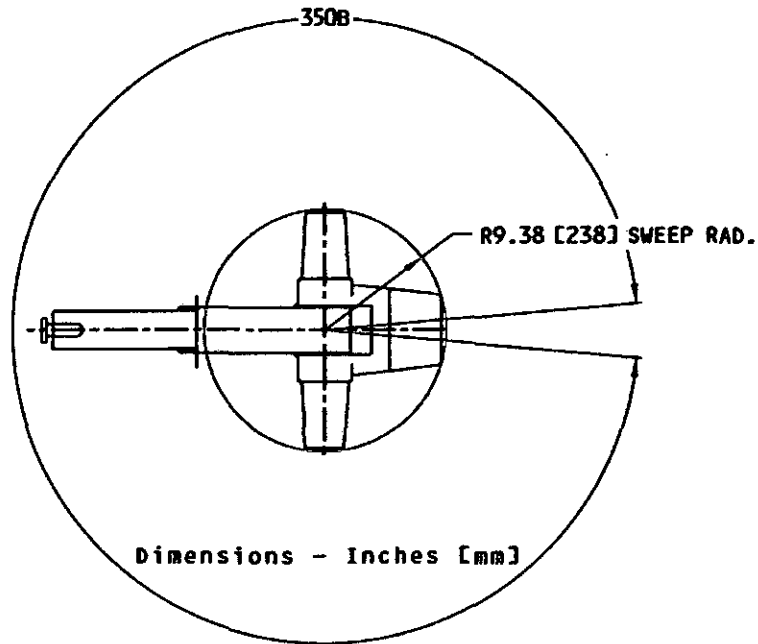


Figura 2.9. Plano horizontal del Brazo Robot A255

Para el volumen horizontal de amplitud de movimiento de 350° mostrado en la Figura 2.10 de la articulación de la cintura del brazo robot, se toma la ecuación de la diferencia entre una esfera y una cuña esférica:

$$V_{horizontal} = \frac{4\pi r^3}{3} \left(1 - \frac{\alpha^\circ}{360^\circ} \right) \quad [2.13]$$

Donde el radio horizontal del Brazo Robot A255, véase Apéndice A.1, es la siguiente:

$$r = (l_2 + l_3 + l_4) + l_{manipulador} + l_{carga\;admisible} \quad [2.14]$$

Así pues, de la Expresión [2.14] obtenemos lo siguiente:

$$r = 22.00 \text{ pulgadas} [559.00 \text{ mm.}] + \\ + 4.44 \text{ pulgadas} [112.70 \text{ mm.}] + l_{\text{carga admisible}}$$

Considerando α , mostrado en la Figura [2.10] y obtenido analíticamente de la siguiente manera:

$$\alpha = 360^\circ - (q_{1\text{máx}} - q_{1\text{mín}}) = 360^\circ - (175 + 175)$$

$\alpha = 10^\circ$

Posteriormente, se determinan los volúmenes del Brazo Robot A255, con los que se construye la Tabla 2.2.

Tabla 2.3. Volumen horizontal según la carga admisible

Carga admisible	Radio horizontal	$v_{\text{horizontal}}$
Máxima	60.98cm	923456.4371cm ³
Nominal	72.99cm	1583595.4450cm ³

Capítulo 3

Modelamiento Dinámico

El modelo dinámico de un robot tiene por objeto conocer la relación entre el movimiento del robot y las fuerzas aplicadas.

3.1. Teorías de modelamiento Dinámico

La obtención del modelo dinámico de un robot se basa fundamentalmente en las leyes de la mecánica Newtoniana y Lagrangiana.

- Uicker-1965 : basado en la formulación de Lagrangiana.
- Lu-1980 : basado en la formulación Newtoniana.

3.1.1. Formulación de Lagrange²²

Uicker en 1965 utilizó la representación de Denavit-Hartenberg basada en las matrices de transformación homogénea, para formular el modelo dinámico de un robot mediante la ecuación de Lagrange.

$$L = E_C - E_P$$
$$\tau_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i}$$
[3.1]

²² Barrientos, A., Peñín, L.F., Balaguer, C., y Aracil, R. *Fundamentos de Robótica*. Sánchez González, Carmelo (ed.). 2a. ed. Madrid: McGraw-Hill, 2007.

Con

L : Función Lagrangiana

E_c : Energía cinética

E_p : Energía potencial

q_i : Coordenadas generalizadas (articulaciones)

τ_i : Fuerza o pares aplicado sobre el GDL.

3.1.1.1. Algoritmo computacional de Lagrange para el modelo dinámico de un robot²³.

- L 1. Asignar a cada eslabón un sistema de referencia de acuerdo a las normas de DH.
- L 2. Obtener las matrices de transformación 0A_i para cada elemento i .
- L 3. Obtener las matrices U_{ij} definidas por:

La derivada de la matriz de D-H 0A_i respecto de la coordenada q_i puede obtenerse fácilmente de manera computacional, mediante la expresión:

$$Q_i = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Si la articulación } i \text{ es de rotación}$$

$$Q_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Si la articulación } i \text{ es de traslación}$$

²³ Barrientos, A., Peñín, L.F., Balaguer, C., y Aracil, R. *Fundamentos de Robótica*. Sánchez González, Carmelo (ed.). 2a. ed. Madrid: McGraw-Hill, 2007.

$$U_{ij} = \frac{\partial^0 A_i}{\partial q_j} = \begin{cases} {}^0 A_{j-1} Q_j^{j-1} A_i & \text{si } j \leq 1 \\ [0] & \text{si } j > 1 \end{cases} \quad [3.2]$$

L 4. Obtener las matrices U_{ijk} definidas por:

$$U_{ijk} = \frac{\partial U_{ij}}{\partial q_k} = \frac{\partial A_i}{\partial q_k} \left(\frac{\partial^0 A_i}{\partial q_j} \right) = \begin{cases} {}^0 A_{j-1} Q_j^{j-1} A_{k-1} Q_k^{k-1} A_i & \text{si } i \geq k \geq j \\ {}^0 A_{k-1} Q_k^{k-1} A_{j-1} Q_j^{j-1} A_i & \text{si } i \geq j \geq k \\ [0] & \text{si } k > i \text{ o } j > i \end{cases} \quad [3.3]$$

L 5. Obtener las matrices de pseudoinercias J_i para cada elemento, que vienen definidas por:

$$J_i = \begin{bmatrix} \int_i x_i^2 dm & \int_i x_i y_i dm & \int_i x_i z_i dm & \int_i x_i^2 dm \\ \int_i y_i x_i dm & \int_i y_i^2 dm & \int_i y_i z_i dm & \int_i y_i dm \\ \int_i z_i x_i dm & \int_i z_i y_i dm & \int_i z_i^2 dm & \int_i z_i dm \\ \int_i x_i dm & \int_i y_i dm & \int_i z_i dm & \int_i dm \end{bmatrix} \quad [3.4]$$

L 6. Obtener la matriz de inercias $D = [d_{ij}]$ cuyos elementos vienen definidos por:

$$d_{ij} = \sum_{k=(\max i, j)}^n \text{Trazad}(U_{kj} J_k U_{ki}^T) \\ U_{ki}^T = \frac{\partial^k A_0}{q_i} \\ \text{con } i, j = 1, 2, \dots, n \text{ (GDL)}, \quad [3.5]$$

L 7. Obtener los términos h_{ikm} definidos por:

$$h_{ikm} = \sum_{k=(i, k, m)}^n \text{Trazad}(U_{jkm} J_j U_{ji}^T) \\ \text{con } i, k, m = 1, 2, \dots, n \quad [3.6]$$

L 8. Obtener la matriz columna de fuerzas de Coriolis y Centrípetas $H = [h_i]$ cuyos elementos vienen definidos por:

$$h_i = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n h_{ikm} \dot{q}_k \dot{q}_m \quad [3.7]$$

L 9. Obtener la matriz columna de fuerzas de gravedad

$C = [c_i]^T$ cuyos elementos están definidos por:

$$c_i = \sum_{j=1}^n (-m_j g U_{ji}^T r_j)$$

[3.8]

$con i = 1, 2, \dots, n$

g : es el vector de gravedad expresado en el sistema de la base $\{S_0\}$ y viene expresado por (g_{x0}, g_{y0}, g_{z0}) .

Existiendo solo dos casos para el diseño de la celda de trabajo:

- Brazo instalado de pie ($g = [0 \ 0 \ -9.8 \ 0]^T$).
- Brazo instalado en posición invertida, suspendido de una ménsula de techo ($g = [0 \ 0 \ 9.8 \ 0]^T$).

${}^i r_j$: es el vector de coordenadas homogéneas del centro de masas del elemento j expresado en el sistema de referencia del elemento i .

L 10. La ecuación dinámica del sistema será:

$$\tau = D(q)\ddot{q} + H + C$$

[3.9]

Dónde:

q : Vector de coordenadas articulares

τ : Vector de fuerzas o pares que se aplica a cada articulación

$D(q)$: Matriz de inercias, de dimensión $(n \times n)$, cuyos elementos son función de q .

$H(q, \dot{q})$: matriz (n x 1) de fuerzas de Coriolis, dependientes

de q y \dot{q} .

$C(q)$: matriz (n x 1) de fuerzas de gravedad, dependientes de q .

n : número de GDL del robot.

3.1.2. Formulación recursiva de Newton Euler²⁴

La fórmula recursiva de Newton Euler obtiene la posición, velocidad y aceleración del eslabón i referidos a la base del robot a partir de los correspondientes del eslabón $i-1$ y del movimiento relativo de la articulación i . Parte del equilibrio de fuerzas y pares para cada elemento:

$$\begin{aligned}\sum F_i &= \frac{d}{dt}(m_i v_i) = m_i \dot{v}_i \\ \sum T_i &= \frac{d}{dt}(I_i \omega_i) = I_i \dot{\omega}_i + \omega_i(I_i \omega_i)\end{aligned}\quad [3.10]$$

Dónde:

F_i : Fuerzas ejercidas sobre la barra i .

T_i : Pares ejercidos sobre la barra i en torno a su centro de masas.

m_i : Masa de la barra i .

I_i : Tensor de inercia de la barra i en torno a su centro de masas, expresado en el sistema de referencia S_i .

v_i, \dot{v}_i : Velocidad y aceleración lineal del centro de masas de la articulación i .

$\omega_i, \dot{\omega}_i$: Velocidad y aceleración angular de la articulación i .

²⁴ Barrientos, A., Peñín, L.F., Balaguer, C., y Aracil, R. *Fundamentos de Robótica*. Sánchez González, Carmelo (ed.). 2a. ed. Madrid: McGraw-Hill, 2007.

3.1.2.1. Algoritmo computacional de Newton Euler para el modelo dinámico de un robot²⁵

El algoritmo completo para calcular momentos de torsión de articulación a partir del movimiento de éstas, se compone de dos partes:

- I. Las velocidades y aceleraciones de los vínculos se calculan de forma iterativa desde el vínculo 1, hacia el vínculo n, y se aplican las ecuaciones de Newton-Euler en cada caso.
- II. Las fuerzas y los momentos de torsión de interacción y los momentos de torsión del actuador de una articulación se calculan en forma recursiva, desde el vínculo n hasta el vínculo 1.

A continuación, se muestra un resumen de las ecuaciones para el caso en que las articulaciones son giratorias:

I Parte. Iteraciones salientes: $i = 0 \rightarrow 5$

- N-E 1. Asignar a cada eslabón un sistema de referencia de acuerdo a las normas de DH.
- N-E 2. Establecer las condiciones iniciales. Para el sistema de la base $\{S_0\}$:

${}^0\omega_0$: Velocidad angular $[0,0,0]^T$

${}^0\dot{\omega}_0$: Aceleración angular $[0,0,0]^T$

0v_0 : Velocidad lineal $[0,0,0]^T$

${}^0\dot{v}_0$: Aceleración lineal $-[g_{x0}, g_{y0}, g_{z0}]^T$

²⁵ Barrientos, A., Peñín, L.F., Balaguer, C., y Aracil, R. *Fundamentos de Robótica*. Sánchez González, Carmelo (ed.). 2a. ed. Madrid: McGraw-Hill, 2007.

- Brazo instalado de pie $\left({}^0\dot{v}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 9.8 & 0 \end{bmatrix}^T \right)$.
- Brazo instalado en posición invertida, suspendido de una ménsula de techo $\left({}^0\dot{v}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -9.8 & 0 \end{bmatrix}^T \right)$.

${}^0\omega_0, {}^0\dot{\omega}_0, {}^0v_0, {}^0\dot{v}_0$, son típicamente nulos salvo que la base del robot esté en movimiento. $\begin{bmatrix} g_{x0}, g_{y0}, g_{z0} \end{bmatrix}^T$ es el vector de gravedad expresado en el sistema $\{S_0\}$.

Para el extremo del robot se conocerá la fuerza y el par ejercidos externamente ${}^{n+1}f_{n+1}$ y ${}^{n+1}n_{n+1}z_0 = \begin{bmatrix} 0, 0, 1 \end{bmatrix}^T$.

iP_i : Vector que une el origen $\{S_{i-1}\}$ con el de $\{S_i\}$ expresadas en ${}^iS_i = \begin{bmatrix} a_i & d_i S_{\alpha_i} & d_i C_{\alpha_i} \end{bmatrix}$.

iS_i : Coordenadas del centro de masas del eslabón i respecto del sistema $\{S_i\}$.

iI_i : Matriz de inercia del eslabón i expresado en un sistema paralelo al $\{S_i\}$ y con el origen en el centro de masas del eslabón.

N-E 3. Obtener las matrices de rotación ${}^{i-1}R_i$ y sus inversas

${}^iR_{i-1} = \left({}^{i-1}R_i \right)^T$, siendo:

$${}^{i-1}R_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i C\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i \end{bmatrix} \quad [3.11]$$

Para $i = 1, 2, \dots, n$ realizar los pasos 4 a 7:

N-E 4. Obtener la velocidad angular del sistema $\{S_i\}$

$${}^i\omega_i = \begin{cases} {}^iR_{i-1} \left({}^{i-1}\omega_{i-1} + z_0 \dot{q}_i \right) & \text{si el eslabón } i \text{ es de rotación} \\ {}^iR_{i-1} {}^{i-1}\omega_{i-1} & \text{si el eslabón } i \text{ es de traslación} \end{cases} \quad [3.12]$$

N-E 5. Obtener la aceleración angular del sistema $\{S_i\}$

$$\dot{{}^i\omega_i} = \begin{cases} {}^iR_{i-1} \left({}^{i-1}\dot{\omega}_{i-1} + z_0 \ddot{q}_i \right) + {}^{i-1}\omega_{i-1} z_0 \dot{q} & \text{(rotación)} \\ {}^iR_{i-1} {}^{i-1}\dot{\omega}_{i-1} & \text{(traslación)} \end{cases} \quad [3.13]$$

N-E 6. Obtener la aceleración lineal del sistema i:

$$\dot{{}^i v_i} = \begin{cases} {}^i\dot{\omega}_i {}^i p_i + {}^i\omega_i \left({}^i\omega_i {}^i p_i \right) + {}^iR_{i-1} {}^{i-1}\dot{v}_{i-1} & \text{(rotación)} \\ {}^iR_{i-1} \left(z_0 \ddot{q}_i + {}^{i-1}\dot{v}_{i-1} \right) + {}^i\dot{\omega}_i {}^i p_i + 2 {}^i\omega_i {}^iR_{i-1} z_0 \dot{q}_i + {}^i\omega_i \left({}^i\omega_i {}^i p_i \right) & \text{(traslación)} \end{cases} \quad [3.14]$$

N-E 7. Obtener la aceleración lineal del centro de gravedad del eslabón i:

$${}^i a_i = {}^i\dot{\omega}_i {}^i s_i + {}^i\omega_i \left({}^i\omega_i {}^i s_i \right) + {}^i v_i \quad [3.15]$$

Para $i = 1, 2, \dots, n$, realizar los pasos 8 a 10.

II Parte. Iteraciones entrantes: $i = 6 \rightarrow 1$

N-E 8. Obtener la fuerza ejercida sobre el eslabón i:

$${}^i f_i = {}^iR_{i+1} {}^{i+1} f_{i+1} + m_i {}^i a_i \quad [3.16]$$

N-E 9. Obtener el par ejercido sobre el eslabón i:

$${}^i n_i = {}^iR_{i+1} \left[{}^{i+1} n_{i+1} + \left({}^{i+1} R_i {}^i p_i \right) {}^{i+1} f_{i+1} \right] + \left({}^i p_i + {}^i s_i \right) m_i {}^i a_i + I_i {}^i \dot{\omega}_i + {}^i \omega_i \left(I_i {}^i \omega_i \right) \quad [3.17]$$

N-E 10. Obtener la fuerza o par aplicado a la articulación i

$${}^i\dot{\omega}_i = \begin{cases} {}^i n_i^T {}^i R_{i-1} z_0 & \text{(rotación)} \\ {}^i f_i^T {}^i R_{i-1} z_0 & \text{(traslación)} \end{cases} \quad [3.18]$$

Donde τ es el par o fuerza efectivo (par motor menos pares de rozamiento o perturbación).

3.2. Ecuación dinámica del robot²⁶

El modelo dinámico de un robot tiene por objetivo conocer la relación entre el movimiento del robot y las fuerzas implicadas en el mismo. Esta relación se obtiene mediante el denominado modelo dinámico, que se establece la relación entre:

1. Localización del robot definida por sus variables articulares o por las coordenadas de localización de su extremo, y sus derivadas: velocidad y aceleración.
2. Las fuerzas y pares aplicados en las articulaciones.
3. Los parámetros dimensionales del robot (longitud, masas e inercias).

El modelamiento dinámico es imprescindible para conseguir los siguientes fines:

1. Simulación del movimiento del robot.
2. Diseño y evaluación de la estructura mecánica del robot.
3. Dimensionamiento de los actuadores.
4. Diseño y evaluación del control dinámico del robot.

La calidad del control dinámico del robot depende de la precisión y velocidad de sus movimientos.

²⁶ Feliú. *Robot Flexibles: Hacia una generación de robots con nuevas prestaciones*, Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial. 3a. ed. 2006.

El modelo dinámico completo de un robot debe incluir la dinámica de sus elementos (barras o eslabones) y la dinámica de sus sistemas de transmisión, de los actuadores y sus equipos electrónicos de mando. El Modelo dinámico del robot se sintetiza en la siguiente ecuación:

$$\text{Vector}_{\text{fuerzas}} = \text{Matriz}_{\text{inercias}} \ddot{q} + \text{Matriz}_{\text{fuerzas de Coriolis}} + \text{Matriz}_{\text{fuerzas de gravedad}}$$

Dónde:

\ddot{q} : Segunda derivada del vector de coordenadas articulares

3.2.1. Obtención del modelo dinámico de un Brazo Robot A255 mediante la fórmula de Lagrange²⁷.

Si se conoce perfectamente el modelo dinámico del robot, es posible utilizar la técnica de desacoplamiento por inversión del modelo para, en ausencia de perturbación, conseguir que la trayectoria real coincida con la deseada.

Un robot de tres GDL es un sistema mecánico multisólidos articulado (Figura 3.1). Está constituido por tres elementos rígidos ensamblados por enlaces simples de tipo rotacional

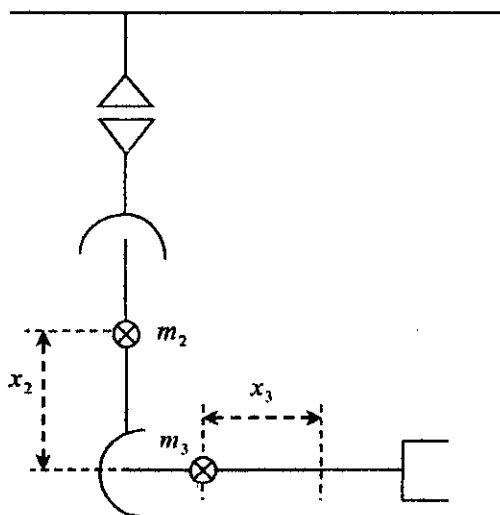


Figura 3.1. Brazo Robot articulado de 3 GDL instalado en posición invertida

²⁷ Barrientos, A., Peñín, L.F., Balaguer, C., y Aracil, R. *Fundamentos de Robótica*. Sánchez González, Carmelo (ed.). 2a. ed. Madrid: McGraw-Hill, 2007. Pag. 326.

Con

x_i : Distancia del centro de masas expresado en el sistema $\{S_i\}$.

m_i : es la masa de la barra i .

Este último submodelo puede tener 3 GDL, en este caso el robot se considerará como un robot de 6 GDL.

En la Industria hay varios robot modelados como se ha descrito anteriormente, notemos las versiones 500 y 700 del robot Puma, el robot CRS-A255 y por último el robot MA2000.

Las articulaciones están animadas por sistemas de motorización constituidos por accionadores y transmisores. A lo largo de este estudio se supone que los motores tienen una dinámica más rápida que la del robot y la podemos despreciar en el planteamiento del problema de modelado.

El modelo dinámico del sistema se ha obtenido aplicando el formalismo de Lagrange.

Modelo del sistema:

Las ecuaciones dinámicas se pueden escribir de una forma matricial, A continuación se reproduce la Expresión [3.9]:

$$\tau = D(q)\ddot{q} + H + C$$

Donde $D(q)$ es la matriz de inercias, de dimensión $(n \times n)$, H es la matriz $(n \times 1)$ de fuerzas de Coriolis. Por último, C es la matriz $(n \times 1)$ de fuerzas de gravedad.

La separación de la ecuación dinámica para el control nos conduce a las matrices D, H y C que vienen dadas por las siguientes expresiones:

$$\tau = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} \quad [3.19]$$

Donde los componentes de la matriz de inercias son:

$$\begin{aligned} d_{11} = & m_2 \left(-Lx_2(1+C_{22}) + \frac{1}{2}(x_2^2(1+C_{22}) + L^2(1+C_{22})) \right) + \\ & m_3 \left(\frac{1}{2}L^2(C_{2233} + C_{22}) + \frac{1}{2}x_3^2(1+C_{2233}) + L^2(1+C_3 + C_{223}) \right) \\ & \left(-x_3L(1+C_3 + C_{223} + C_{2233}) \right) \end{aligned} \quad [3.20]$$

$$\dot{d}_{12} = \dot{0}, \quad \dot{d}_{13} = \dot{0}, \quad \dot{d}_{21} = \dot{0}$$

$$d_{22} = m_2(L-x_2)^2 + m_3(x_3^2 + 2L^2C_3 - 2x_3LC_3 - 2x_3L + 2L^2)$$

$$d_{23} = m_3(L-x_3)(LC_3 + L-x_3)$$

$$d_{31} = 0$$

$$d_{32} = m_3(L-x_3)(LC_3 + L-x_3)$$

$$d_{33} = m_3(L-x_3)^2$$

Los elementos de la matriz de fuerzas de Coriolis son:

$$\begin{aligned} h_1 = & \frac{1}{2}\dot{q}_1^2 x_2^2 m_2 S_{22} + \\ & \left(-\dot{q}_1^2 x_2 m_2 S_{22} + \left(\frac{1}{2}\dot{q}_1^2 m_2 S_{22} + \left(\left(\frac{1}{2}S_{2233} + \frac{1}{2}S_{22} + S_{223} \right) \dot{q}_1^2 \right) m_3 \right) L \right) L + \\ & \left(\left((-S_{223} - S_{2233})\dot{q}_1^2 + S_3 \dot{q}_3^2 + 2S_3 \dot{q}_3 \dot{q}_2 \right) m_3 L + \frac{1}{2}m_3 \dot{q}_1^2 S_{2233} x_3 \right) x_3 \\ h_2 = & \frac{1}{2}\dot{q}_1^2 x_2^2 m_2 S_{22} + \\ & \left(-\dot{q}_1^2 x_2 m_2 S_{22} + \left(\frac{1}{2}\dot{q}_1^2 m_2 S_{22} + \left(\left(\frac{1}{2}S_{2233} + \frac{1}{2}S_{22} + S_{223} \right) \dot{q}_1^2 \right) m_3 \right) L \right) L + \\ & \left(\left((-S_{2233} - S_{223})\dot{q}_1^2 + \dot{q}_3^2 S_3 + 2\dot{q}_3 \dot{q}_2 S_3 \right) m_3 L + \frac{1}{2}m_3 \dot{q}_1^2 S_{2233} x_3 \right) x_3 \\ h_3 = & \left(\left(\frac{1}{2}S_{223} + \frac{1}{2}S_{2233} \right) \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}\dot{q}_1^2 S_3 + S_3 \dot{q}_1^2 \right) m_3 L^2 + \\ & \left(\left((-S_{2233} - \frac{1}{2}S_{223})\dot{q}_1^2 - \frac{1}{2}\dot{q}_1^2 S_3 - S_3 \dot{q}_1^2 \right) m_3 L + \frac{1}{2}m_3 \dot{q}_1^2 S_{2233} x_3 \right) x_3 \end{aligned} \quad [3.21]$$

Finalmente los elementos de la matriz de fuerzas de gravedad son:

$$\begin{aligned} c_1 &= 0 \\ c_2 &= m_3 g C_{23}(x_3 - L) - m_3 g L C_2 + m_2 g C_2(x_2 - L) \\ c_3 &= m_3 g C_{23}(x_3 - L) \end{aligned} \quad [3.22]$$

Las expresiones [3.20], [3.21] y [3.22] corresponden a la solución del problema del modelo dinámico de posición del Brazo Robot A255.

3.3. Aplicación del modelo dinámico para un Brazo Robot A255

Tomando como valores dimensionales: $L=25.4$; $k=0.578$; $m_2=4$; $m_3=2$; $m_4=1$; $m_5=1$; $x_2=12$; $x_3=12$; $z_4=3$; $z_5=4$; $g=9.8$. Como resultado se obtienen y se representan gráficamente los pares y las correspondientes trayectorias de posición evaluadas en 30 puntos de paso entre 0 y 5 segundos, para las siguientes trayectorias prescindiendo de q_5 . Las trayectorias se definen simbólicamente y a partir de ella se obtiene la velocidad y aceleración de manera simbólica, las trayectorias a evaluar son las siguientes:

$$\begin{aligned} q_1 &= \sin(t) + \pi / 2 \\ q_2 &= \sin(5t) + t + 1 \\ q_3 &= t \sin(t) + \pi / 2 \\ q_4 &= \sin(2t) \end{aligned}$$

Como resultado se obtienen y representan gráficamente las correspondientes trayectorias de posición (Figura 3.2) y los pares (Figura 3.3).

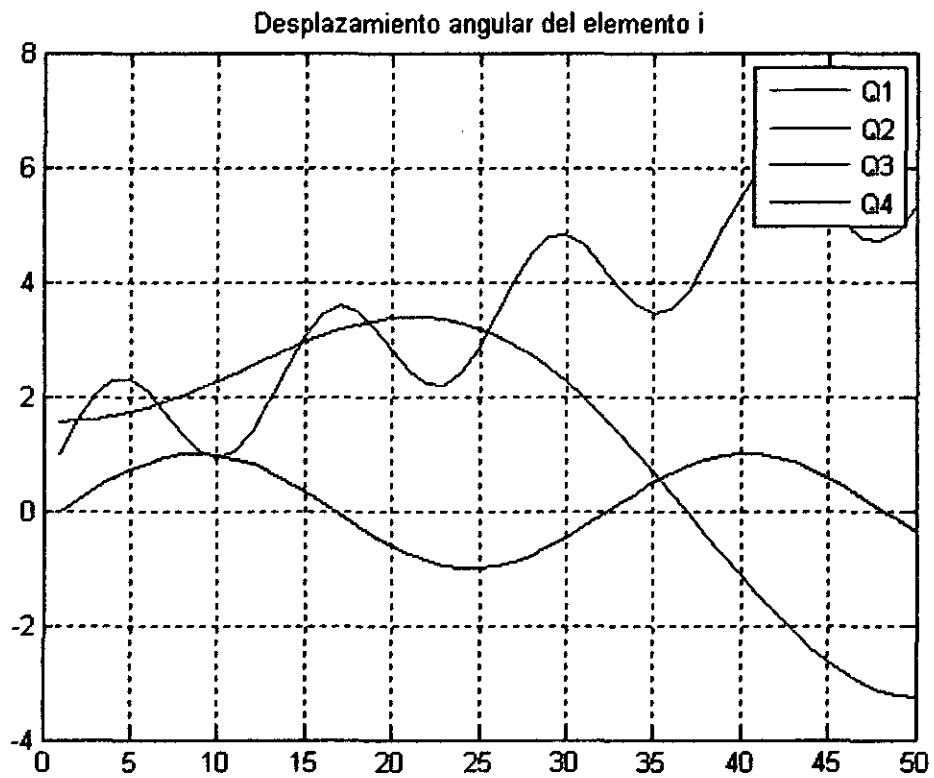


Figura 3.2. Posiciones angulares de un Brazo Robot A255

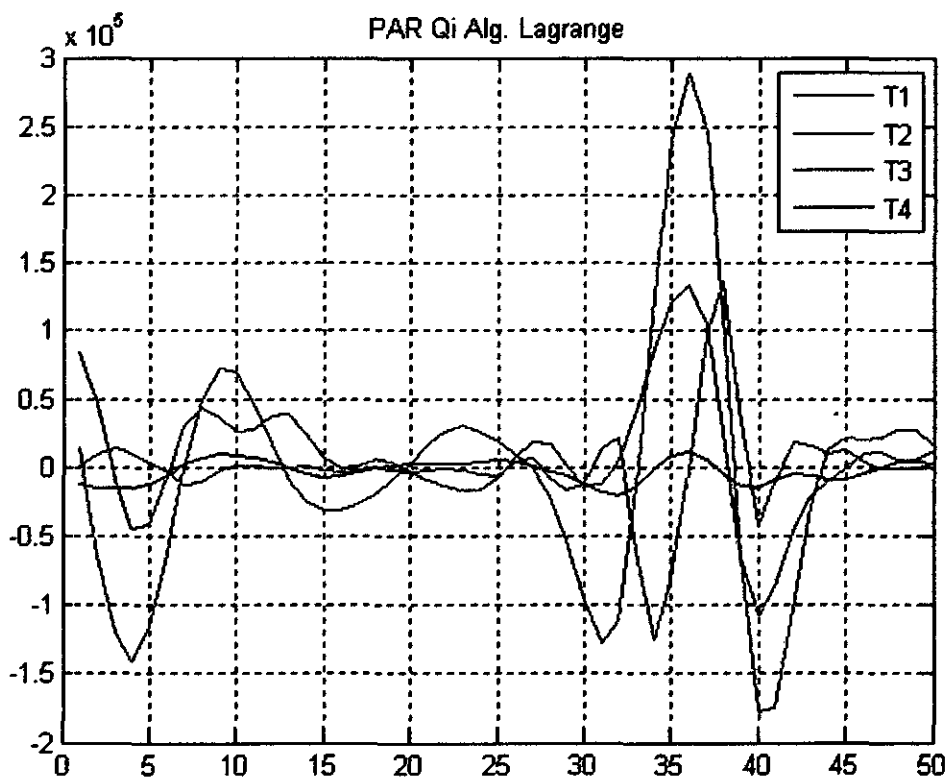


Figura 3.3. Pares en cada GDL de un Brazo Robot A255

Capítulo 4

Obtención de los parámetros mecánicos y eléctricos de los motores DC

4.1. Planta

Un accionamiento eléctrico de corriente continua consta de un motor de corriente continua (Figura 4.1) alimentado por una etapa de potencia y controlado por un dispositivo analógico o digital.

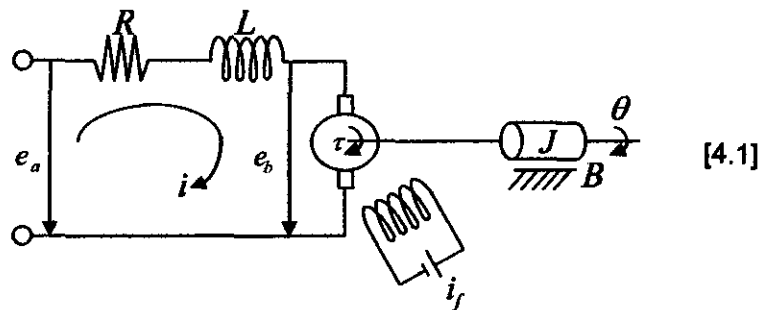


Figura 4.1. Esquema de un motor de corriente continua controlado por inducido

Dónde:

B_0 : Coeficiente de fricción viscosa del motor, carga y tren de engranaje.

e_a : Tensión del inducido.

e_b : Voltaje inducido (fuerza contraelectromotriz).

e_v : Voltaje de error

i : Corriente del inducido
 J_0 : Inercia del motor, carga y tren de engranaje.
 k_0 : Constante de proporcionalidad
 k_1 : Constante de ganancia del amplificador
 k_b : Constante de la fuerza contraelectromotriz del motor.
 k_p : Constante del par del motor.
 L_a : Autoinducción de armadura.
 n : Número de giros en cada revolución del eje del motor.
 θ : Desplazamiento angular del eje del motor.
 $\dot{\theta}$: Velocidad angular ω .
 R : Resistencia de armadura
 τ : Par directamente proporcionar a la corriente del rotor.
 τ_e : Constante de tiempo eléctrica.
 τ_m : Constante de tiempo mecánica

4.1.1. Aspectos generales²⁸

El coeficiente de fricción viscosa referido a la salida del eje motor:

$$B = \frac{B_0 + \frac{\tau_b \tau_p}{R}}{n^2} \quad [4.2]$$

La tensión del inducido e_a es la salida del amplificador:

$$e_a = k_1 e_v \quad [4.3]$$

Para el flujo constante, el voltaje inducido e_b es directamente proporcional a la velocidad angular, o bien:

$$e_b = k_b \dot{\theta} \quad [4.4]$$

²⁸ Ogata, K., Modelamiento Matemático de Sistemas Dinámicos, en: Ingeniería de Control Moderna. Prince-Hall Hispanoamericana, 4. E, 2003

El momento de inercia referido a la salida del eje del motor:

$$J = \frac{J_0}{n^2} \quad [4.5]$$

Para una corriente del inducido i en equilibrio del par:

$$i = \frac{J_o \ddot{q} + B_o \dot{q}}{k_p}, \quad \tau_p = 0 \quad [4.6]$$

Para una corriente de campo constante, el par desarrollado por el motor es:

$$\tau = k_p i \quad [4.7]$$

4.2. Resistencia de Armadura

La resistencia de armadura R se determina analíticamente a partir de la ecuación diferencial del circuito del rotor, utilizando la siguiente ecuación:

$$(L_a s + R)i + e_b = e_a \quad [4.8]$$

Para $L_a \approx 0$, obtenemos la siguiente ecuación:

$$R = \frac{e_a - e_b}{i} \quad \{\Omega\} \quad [4.9]$$

4.3. Constante contraelectromotriz y constante de torque

La constante contraelectromotriz k_b se determina analíticamente de la Expresión [4.4], obteniendo la siguiente relación:

$$K_b = \frac{e_b}{\dot{\theta}} \quad \{V / rad / s\} \quad [4.10]$$

La constante del par del motor k_p resulta ser igual a k_b en magnitud y se determina analíticamente de la Expresión [4.7], obteniendo la siguiente ecuación:

$$K_p = \frac{\tau}{i} \{Nm / A\} \quad [4.11]$$

4.4. Constante de tiempo eléctrica y constante de tiempo mecánica

El valor de la constante mecánica se determina utilizando la siguiente ecuación:

$$\tau_m = \frac{J}{B} \{ms\} \quad [4.12]$$

El valor de la constante eléctrica se determina utilizando la siguiente ecuación:

$$\tau_e = \frac{1}{2\pi \cdot f_{b1,b2}} \{ms\} \quad [4.13]$$

4.5. Momento de Inercia y Autoinducción de armadura

El Momento de Inercia J se determina utilizando la siguiente ecuación:

$$J = \frac{K_b \cdot K_p \cdot \tau_m}{R} \{kg.m^2 \cdot 10^{-3}\} \quad [4.14]$$

La Autoinducción de armadura $L_a \approx 0$ (Despreciable), se determina utilizando la siguiente ecuación:

$$L_a = \tau_e R \{mH\} \quad [4.15]$$

4.6. Parámetros de los motores DC de un Brazo Robot A255

La Tabla 4.1 muestra las características principales del Amplificador CPC-28 del CIM del laboratorio de Mecatrónica de la UNP.

Tabla 4.1. Parámetros básicos de salida del Amplificador CPC-28

Símbolo	Parámetro	Valor	Unidades
e_a	Tensión de control	± 25	$[V]$
i	Intensidad de corriente	2 máx	$[A]$

Por tanto, conociendo la capacidad de par de torsión τ (véase **Apéndice A.2**) y la corriente i que circula por el rotor, se obtiene la constante del par del motor k_p , luego obtenemos en magnitud la constante de la fuerza contraelectromotriz del motor k_b y así analíticamente construimos la Tabla 4.2.

Tabla 4.2. Parámetros de un Brazo Robot A255

Articulación	Eje	$e_b[V]$ $k_b \cdot \omega$	$k_b[V/rad/s]$ e_b / ω	$k_p[N.m/A]$ τ / i	$L_a[H_y]$	$R[\Omega]$
Cintura	1	11.744	3.200	3.200	0	2.4
Hombro	2	11.744	3.200	3.200	0	2.4
Codo	3	11.744	3.200	3.200	0	2.4
Flexión de la muñeca	4	8.260	0.700	0.700	0	2.4
Giro del actuador	5	8.378	0.355	0.355	0	2.4

No es por lo general posible tener un conocimiento preciso de J , K y B [Bar-07. Pag. 338]. Donde se pueden realizar ciertas simplificaciones, como posibles valores se sugieren: $J=1$, $K=1$ y $B=10$.

Capítulo 5

Control dinámico

En el control dinámico, Se encarga de verificar si las trayectorias realmente seguidas por el robot $q(t)$ son lo más parecidas posibles a las propuestas por el control cinemático.

5.1. Función de Transferencia de los motores DC²⁹

Para realizar el análisis del servo sistema utilizaremos un modelo en pequeña señal. Así obtenemos:

$$\begin{aligned} L_a \frac{di}{dt} + iR + k_b \frac{d\theta}{dt} &= e_a \\ J_0 \frac{d^2q}{dt^2} + B_0 \frac{d\theta}{dt} &= \tau - \tau_p \end{aligned} \quad [5.1]$$

Estas ecuaciones para el equilibrio del par, se obtiene:

$$\begin{aligned} L_a \frac{di}{dt} + iR + k_b \frac{d\theta}{dt} &= k_1 e_v \\ J_0 \frac{d^2q}{dt^2} + B_0 \frac{d\theta}{dt} &= k_p i, \quad \tau_p = 0 \end{aligned} \quad [5.2]$$

Eliminando i de las ecuaciones, se obtiene:

$$\frac{\theta(s)}{e_v(s)} = \frac{k_1 k_p}{s(L_a s + R)(J_0 s + B_0) + k_b k_p s} \quad [5.3]$$

²⁹ Ogata, K., Modelamiento Matemático de Sistemas Dinámicos, en: Ingeniería de Control Moderna. Prince-Hall Hispanoamericana, 4. E, 2003

Cuando L_a es pequeño ($L_a \approx 0$), se puede despreciar, y la función de transferencia $G(s)$, se simplifica de la forma:

$$G(s) = \frac{K}{Js^2 + Bs} \quad [5.4]$$

Para expresar $q(s)$ en función de la salida del eje del motor, se tendrá que:

$$q(s) = \frac{1}{(Js + B)s} [KR(s) - \tau_p(s)] \quad [5.5]$$

En la Figura 5.1 muestra el esquema simplificado de la simulación de un servo sistema (Expresión 5.7), utilizando SIMULINK® mostrada en la Figura 5.7. Este modelo ha sido implementado con la ayuda de los subsistemas mostrado en la Figura 5.2, donde J' y B' se obtiene a partir de los respectivos valores estimados, contaminados por un ruido uniforme.

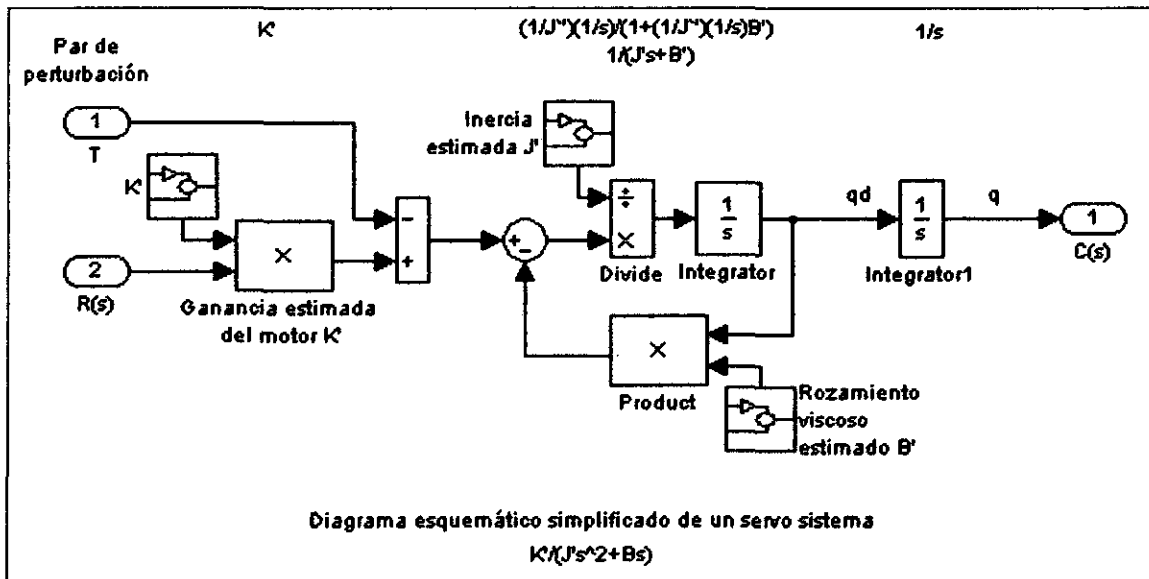


Figura 5.1. Diagrama esquemático simplificado de un servo sistema

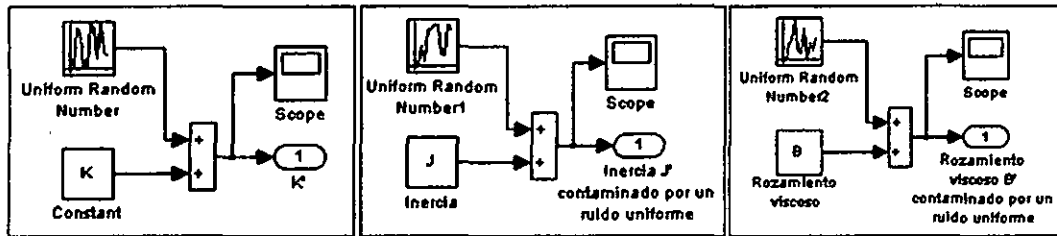


Figura 5.2. Diagrama esquemático de K' , J' y B'

Análogamente, se obtiene el valor de la constante de par del motor, de modo que en conjunto:

$$K' = K(1 \pm nR)$$

$$J' = J(1 \pm nR)$$

$$B' = B(1 \pm nR)$$

Donde nR es el porcentaje de ruido de la salida del eje del motor. Será cero bajo ciertas condiciones de equilibrio. Este ruido tiene de amplitud un nR por un valor del parámetro (Figura 5.3) para cada caso particular de K' , J' y B' .

The image shows a MATLAB/Simulink dialog box titled 'Block Parameters: Uniform Random Number2'. The dialog has the following fields and settings:

- Uniform Random Number:** Output a uniformly distributed random signal. Output is repeatable for a given seed.
- Parameters:**
 - Minimum:** $B \cdot B' \cdot nR$
 - Maximum:** $B + B' \cdot nR$
 - Initial seed:** 0
 - Sample time:** 0
 - ☒ Interpret vector parameters as 1-D
- Buttons:** OK, Cancel, Help, Apply

Figura 5.3. Valores del ruido sobre la estimación del coeficiente de fricción viscosa

5.2. Control Monoarticular³⁰

En el tipo de control a utilizar influyen notablemente las características mecánicas de un robot (dimensiones, peso, tipo de actuadores, etc.).

A continuación se reproduce la expresión [3.9] y la matriz diagonal constante F_v (par debido al rozamiento viscoso) del modelo dinámico de un robot:

$$\tau = D(q)\ddot{q} + H\left(q, \dot{q}\right) + C(q) + F_v \dot{q}$$

El objetivo del control dinámico es generar, a partir de la especificación de la trayectoria deseada Q , la tensión de mando R , tal que la evolución real de la articulación q (trayectoria real) se aproxime, tanto como se pueda a Q (trayectoria deseada). Para ello se utiliza técnicas de control conocidas.

5.2.1. Control con Compensación de Gravedad

El control con compensación de gravedad aprovecha el reposo de una articulación, considerando que no existen posibles efectos debidos a la inercia, Coriolis o rozamiento. La perturbación τ_p generada por las demás articulaciones, depende sólo del término de la gravedad $C(i)$, matriz $C(q)$ (en caso de existir, de las perturbaciones externas del robot).

Sin embargo, no es recomendable el uso de la acción integral necesaria para compensar el efecto de una perturbación, debido a que empeora la respuesta dinámica, junto con otros efectos negativos.

Para expresar $q(s)$ en función de la salida del eje del motor, se tendrá que:

$$q(s) = Q(s) - \frac{1}{(Js + B)s + K(k_p + k_d s)} (\tau_p - C(q))$$

³⁰ Barrientos, A., Peñín, L.F., Balaguer, C., y Aracil, R. *Fundamentos de Robótica*. Sánchez González, Carmelo (ed.). 2a. ed. Madrid: McGraw-Hill, 2007.

$$\tau_p / K \Rightarrow C(s) / K$$

En concreto y recurriendo al esquema general de control, responden respectivamente a una pre-alimentación y a un regulador PD (sin acción integral). Mostrado en la Figura 5.4.

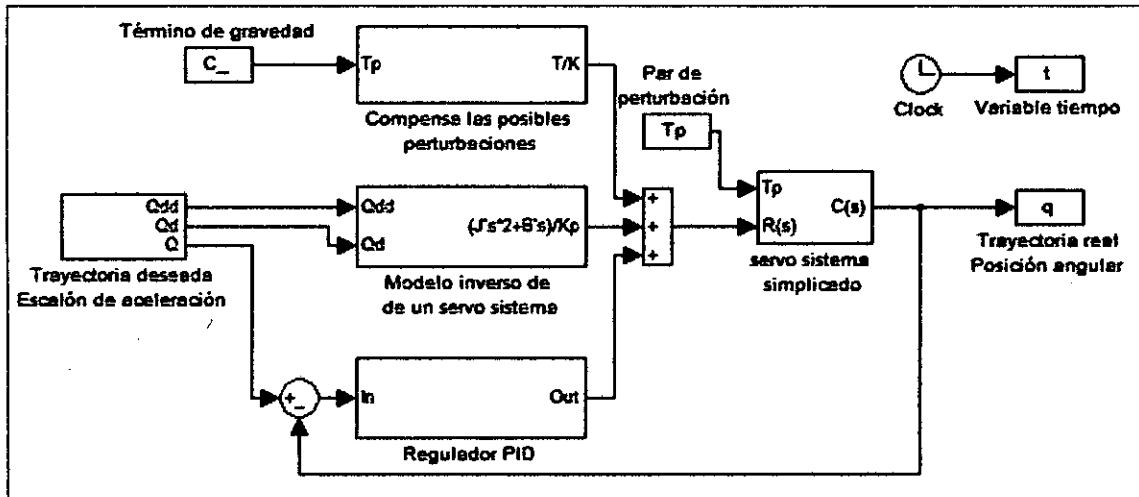


Figura 5.4. Esquema general del control PD+FF+G

Por tanto, el efecto en régimen permanente de la acción integral sobre el error ante perturbación, puede ser sustituido por la pre-alimentación del término obtenido a partir del par de gravedad originado sobre una articulación por el resto. En la Figura 5.5, se detalla el contenido del esquema de simulación de control por Pre-alimentación por inversión del modelo (inversa de la función de transferencia del modelo simplificado de un servo sistema – Acción de prealimentación).

$$R(S) = \frac{Js^2 + Bs}{k_p}$$

Finalmente se obtiene:

$$\frac{1}{k} \left(J\ddot{Q} + B\dot{Q} \right)$$

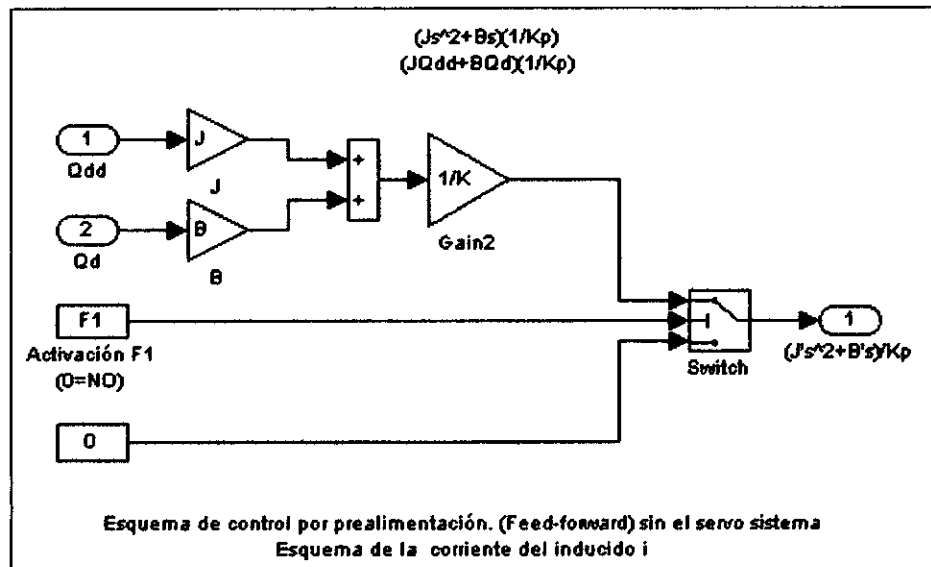


Figura 5.5. Prealimentación por inversión del modelo.

La Figura 5.6, representa el esquema de simulación del regulador PID (Acción de realimentación), que responde a la Expresión:

$$R(S) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s$$

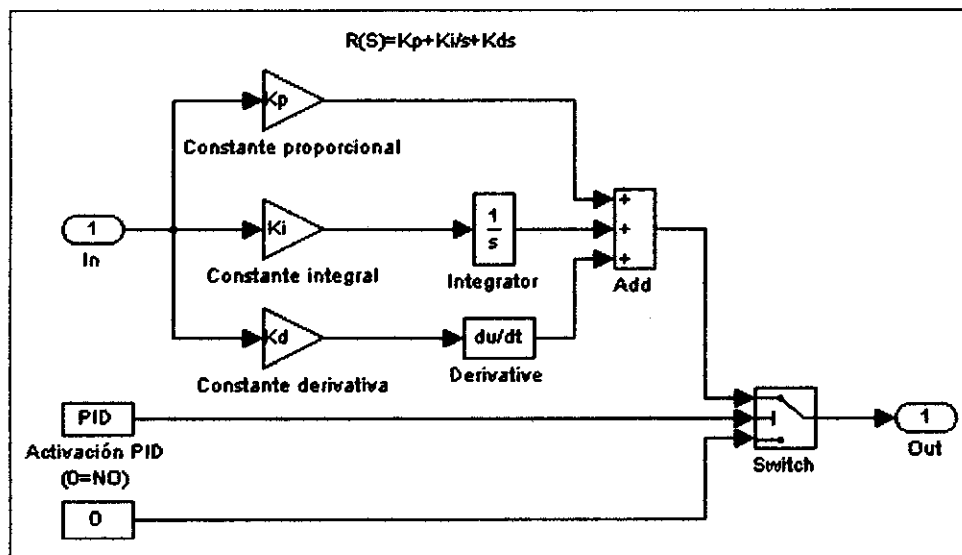


Figura 5.6. Diagrama esquemático del regulador PID

Un criterio para seleccionar las constantes del controlador PID es utilizar métodos computacionales o la función tune implementada en el software MATLAB 2010

Utilizando el método computacional, para $J=1$, $K=1$ y $B=10$, se obtuvieron los siguientes valores de los parámetros:

$$K_p = 5, K_i = 1.25 \text{ y } K_d = 5$$

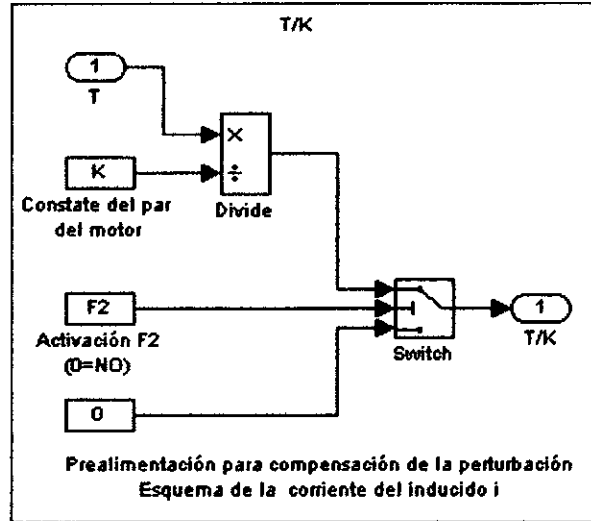


Figura 5.7. Diagrama esquemático del modelo de compensación de perturbación

Por último, La Figura 5.7, representa el esquema de simulación de la acción prealimentación para compensación de la perturbación.

5.2.2. Resultados del control con Compensación de Gravedad

Cuando se fijan los valores $J=1$, $K=1$, $B=10$, $k_p=1$, $k_i=0$, $k_d=0.2$, $nR=0$ y $\tau_p=0$. La salida de la trayectoria real q (Figura 5.8) coincide continuamente a la trayectoria deseada Q gracias a la cancelación de la función de transferencia simplificada del servo sistema y del controlador PD, cuando siendo la entrada un escalón de aceleración.

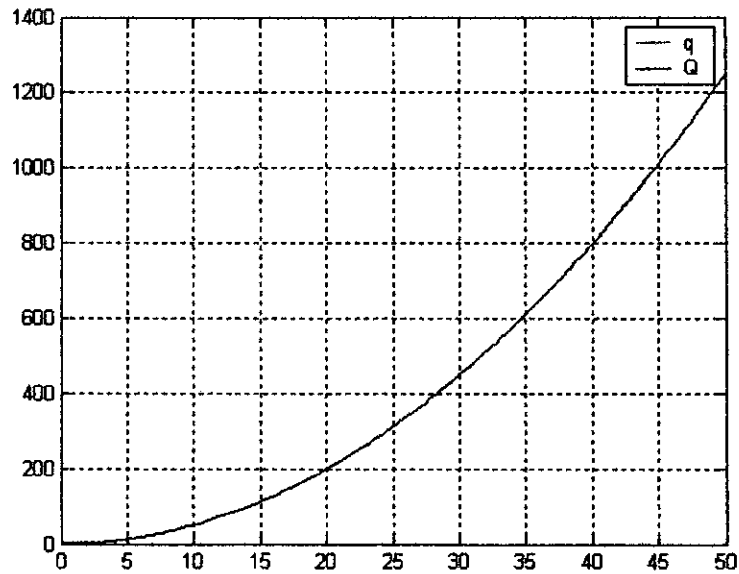


Figura 5.8. Trayectoria deseada Q y real q con $\tau_p = 0$

En la Figura 5.10 muestra el resultado de utilizar una acción integral cuando se fijan los valores: $J=1$, $K=1$, $B=10$, $k_p=1$, $k_i=1$, $k_d=0.2$, $nR=0$ y $\tau_p \neq 0$. No se sobrepasa el valor de consigna y se alcanza el valor final entorno al valor de 150. También es posible determinar los parámetros exactos del regulador PD por métodos analíticos (pág.: 71).

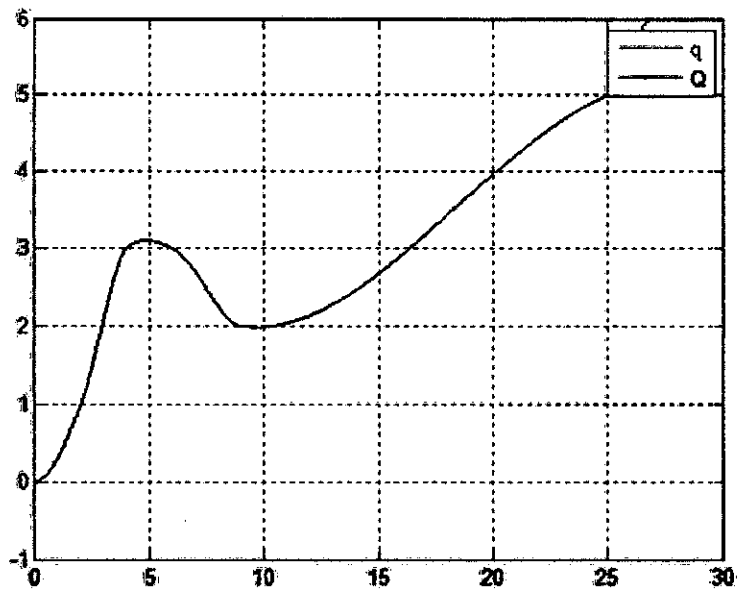


Figura 5.9. Trayectoria deseada Q y rea q con $\tau_p = 10$ y $k_i = 1$

Capítulo 6

Control de trayectorias múltiples

6.1. Control Cinemático³¹

El control cinemático establece las trayectorias para cada articulación como funciones de tiempo para lograr las trayectorias cartesianas del efector final del robot, tiempo invertido por el usuario, etc.

6.1.1. Funciones de control cinemático

- CC-1. Interpretar los datos de movimiento procedentes del programa del robot mediante una trayectoria analítica en espacio cartesiano (evolución de cada coordenada cartesiana en función del tiempo)
- CC-2. Muestrear la trayectoria cartesiana obteniendo un número finito de puntos $(x, y, z, \phi, \theta, \psi)$ de dicha trayectoria.
- CC-3. Utilizando la transformación homogénea inversa, convertir cada uno de estos puntos en sus correspondientes coordenadas articulares $(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6)$ teniendo en cuenta la posible solución múltiple, la posibilidad de ausencia de solución y puntos singulares, de modo que se asegure la continuidad de la trayectoria.

³¹ Barrientos, A., Peñín, L.F., Balaguer, C., y Aracil, R. *Fundamentos de Robótica*. Sánchez González, Carmelo (ed.). 2a. ed. Madrid: McGraw-Hill, 2007.

- CC-4. Interpolación de los puntos articulares obtenidos, generando para cada variable articular una expresión $q_i(t)$ que pase o se aproxime a ellos de modo que, siendo una trayectoria realizable por los actuadores, se transforme en una trayectoria cartesiana lo más próxima a la especificada por el programa del usuario (en cuanto a precisión, velocidad, etc.).
- CC-5. Muestreo de la trayectoria articular para generar referencias al control dinámico.

6.1.2. Interpolación de trayectorias

Para la interpolación de trayectorias en tiempo real, se utilizan conjuntos de funciones interpoladoras más simples que unan todos los puntos consecutivos de un intervalo. Donde generalmente cumple lo siguiente:

$$n_{grado} * 2 \leq n_{puntos}$$

6.1.2.1. Interpoladores lineales³²

En la interpolación lineal por omisión, primero debemos encontrar los dos tiempos (t_i, t_{i+1}) de nuestros datos entre los que cae el punto (t, q) deseado para usar la ecuación de interpolación. Y con los sistemas de referencia mostrados en la Figura 6.1.

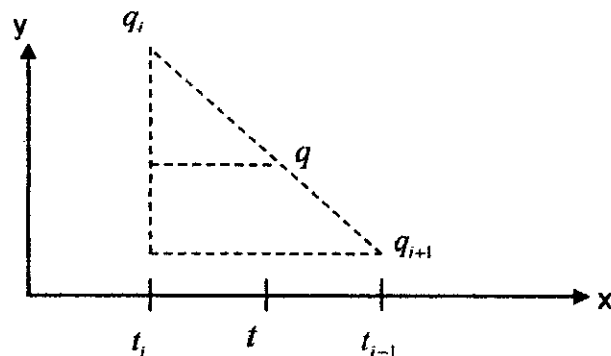


Figura 6.1. Triángulos similares

³² M. Etter, Delores. *Solución de problemas de ingeniería con MATLAB*, Escalona García, Roberto Luis (trad.). 2a. ed. México D.F.: Prentice Hall, 1998.

Esta ecuación general es la siguiente:

$$\frac{q_i - q}{t - t_i} = \frac{q_i - q_{i+1}}{t_{i+1} - t_i}$$

De modo que la ecuación correspondiente tomara ahora la siguiente forma:

$$q(t) = \frac{q_{i+1} - q_i}{t_{i+1} - t_i} (t - t_i) + q_i \quad [6.1]$$

Esta trayectoria asegura la continuidad de la posición, originando saltos bruscos en la velocidad \dot{q} de la articulación, y consecuentemente precisa de aceleraciones \ddot{q} de valor infinito, lo que en la práctica no es posible.

6.1.2.2. Interpolador splin cúbico³³

Para fijar las velocidades de paso i que une los puntos (t_i, q_i) y (t_{i+1}, q_{i+1}) por los que tiene que pasar la articulación del elemento i en términos de una posición y orientación deseadas de la trama herramienta relativa a la trama estación. Después consideramos el problema de calcular ecuaciones cúbicas que conecten entre sí los valores de los puntos vía para cada articulación de una manera uniforme.

Conociendo las velocidades deseadas diferentes a cero de las articulaciones en los **puntos vía** deseados (puntos intermedios entre las posiciones inicial y final) en cada extremo. Obtenemos las restricciones del polinomio de grado 3.

³³ Barrientos, A., Peñín, L.F., Balaguer, C., y Aracil, R. *Fundamentos de Robótica*. Sánchez González, Carmelo (ed.). 2a. ed. Madrid: McGraw-Hill, 2007.

Las ecuaciones [Cra-89] que describen este polinomio cúbico general son:

$$\begin{aligned} q_i &= a_0 T^3 + a_1 T^2 + a_2 T + a_3 \\ \dot{q}_i &= 3a_0 T^2 + 2a_1 T + a_2 \\ T &= t_{i+1} - t_i \end{aligned} \quad [6.2]$$

Al resolver estas ecuaciones para las a_i , obtenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned} a_{0i} &= -\frac{2}{T^3} \left(\dot{q}_{i+1} - \dot{q}_i \right) + \frac{1}{T^2} \left(\ddot{q}_{i+1} + \ddot{q}_i \right) \\ a_{1i} &= \frac{3}{T^2} \left(\dot{q}_{i+1} - \dot{q}_i \right) - \frac{1}{T} \left(\ddot{q}_{i+1} + 2\ddot{q}_i \right) \\ a_{2i} &= \dot{q}_i \\ a_{3i} &= q_i \end{aligned} \quad [6.3]$$

Si tenemos las velocidades de articulación deseadas en cada punto vía, entonces simplemente aplicamos la ecuación [6.3], donde i es el número del intervalo de los n puntos dados. Se muestran a continuación las ecuaciones de posición, velocidad y aceleración de paso.

$$\begin{aligned} q(t) &= a_{0i} (t - t_i)^3 + a_{1i} (t - t_i)^2 + a_{2i} (t - t_i) + a_3 \\ \dot{q} &= 3a_{0i} (t - t_i)^2 + 2a_{1i} (t - t_i) + a_{2i} \\ \ddot{q} &= 6a_{0i} (t - t_i) + 2a_{1i} \end{aligned} \quad [6.4]$$

Un primer criterio para seleccionar las velocidades de paso [Cra-89] \dot{q}_i si es que estas no son predeterminadas podría ser:

$$\dot{q}_j = \begin{cases} 0 & \text{si } \text{signo}(q_j - q_{j-1}) \neq (q_{j+1} - q_j) \\ \frac{1}{2} \left[\frac{q_{j+1} - q_j}{t_{j+1} - t_j} + \frac{q_j - q_{j-1}}{t_j - t_{j-1}} \right] & \text{si } \begin{cases} \text{signo}(q_j - q_{j-1}) = (q_{j+1} - q_j) \\ 0 & q_{j+1} = q_j \\ 0 & q_j = q_{j+1} \end{cases} \end{cases} \quad [6.5]$$

Esta selección es el resultado de aplicar una heurística simple en términos conceptuales y computaciones; si cambia de signo la pendiente de los segmentos de líneas rectas, la velocidad será cero; si la pendiente de estas líneas no cambia de signo, seleccionamos el promedio de las dos pendientes como velocidad del punto vía. De esta forma el sistema puede seleccionar la velocidad en cada punto con sólo especificar los puntos vía deseados. Sin embargo no establece ninguna condición sobre la continuidad de la aceleración.

Para obtener las velocidades de paso [RA-76], asegurando la continuidad en posición, velocidad y aceleración, por los puntos se obtienen de resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales de diagonal dominante en [6.6].

$$\begin{bmatrix} t_2 & 2(t_1+t_2) & t_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & t_3 & 2(t_2+t_3) & t_2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & t_4 & 2(t_3+t_4) & t_3 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & t_5 & 2(t_4+t_5) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot \\ q_0 \\ \cdot \\ q_1 \\ \cdot \\ q_2 \\ \vdots \\ q_{n-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{t_1 t_2} [t_1^2 (q_2 - q_1) + t_2^2 (q_1 - q_0)] \\ \frac{3}{t_2 t_3} [t_2^2 (q_3 - q_2) + t_3^2 (q_2 - q_1)] \\ \frac{3}{t_3 t_4} [t_3^2 (q_4 - q_3) + t_4^2 (q_3 - q_2)] \\ \vdots \\ \frac{3}{t_{n-3} t_{n-2}} [t_{n-3}^2 (q_{n-2} - q_{n-3}) + t_{n-2}^2 (q_{n-3} - q_{n-4})] \end{bmatrix} \quad [6.6]$$

6.1.2.3. Aplicación del splin cúbico³⁴

Obtener los coeficientes de los interpoladores cúbicos (splin cúbico) que definen la trayectoria que una la secuencia de puntos dada por:

t	0	2	4	6	9	25	27
q	0	1	3	3	2	5	6

La Figura 6.2, representa la posición y velocidad real de paso, como criterio para la selección de velocidades de paso se utilizó la regla heurística definida en [6.5].

³⁴ Barrientos, A., Peñín, L.F., Balaguer, C., y Aracil, R. *Fundamentos de Robótica*. Sánchez González, Carmelo (ed.). 2a. ed. Madrid: McGraw-Hill, 2007.

Asimismo, se considera que la trayectoria deseada parte y llega al reposo, por lo que las pendientes inicial y final se consideran nulas.

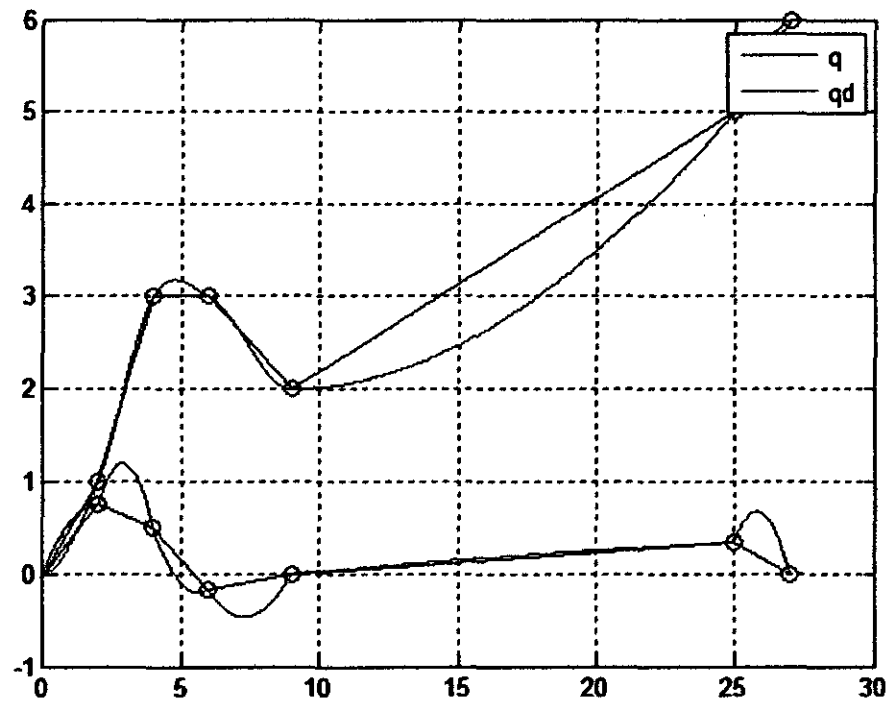


Figura 6.2. Interpolación mediante splin cúbico por la regla de heurística.

La Figura 6.3, representa la posición y velocidad real de paso, como criterio para la selección de velocidades de paso se utilizó la regla según [RA-76] definida en [6.6.], así como también la función "snplt", implementada en el software MATLAB, demostrando la continuidad parcial en posición, velocidad y aceleración, bajo ciertas condiciones de manera inapropiada.

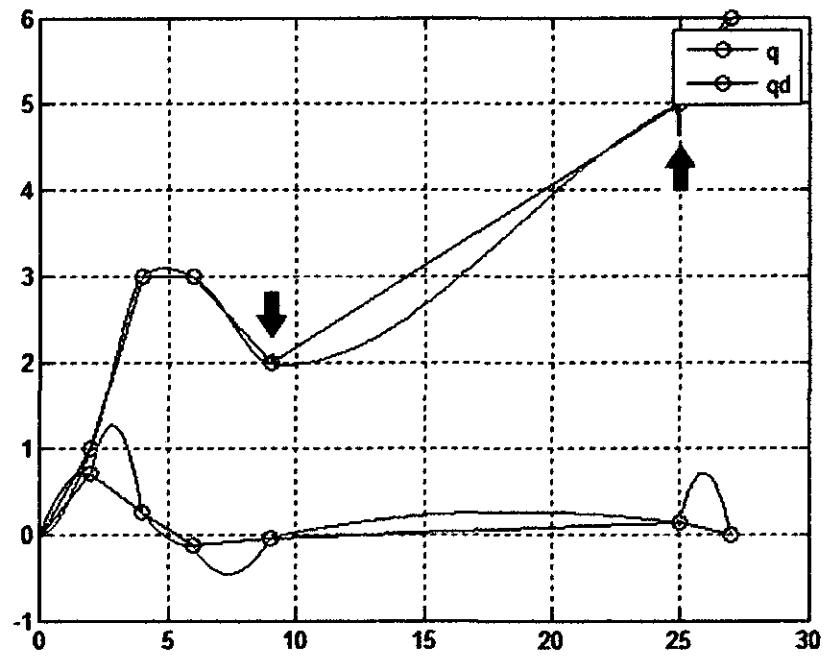


Figura 6.3. Interpolación mediante splin cúbico utilizando la función `splfit` de MATLAB.

La Figura 6.4, representa la posición y velocidad real de paso, como criterio para la selección de velocidades de paso se utilizó la regla según [RA-76] definida en [6.6]. Asimismo, asegura la continuidad en posición, velocidad y aceleración.

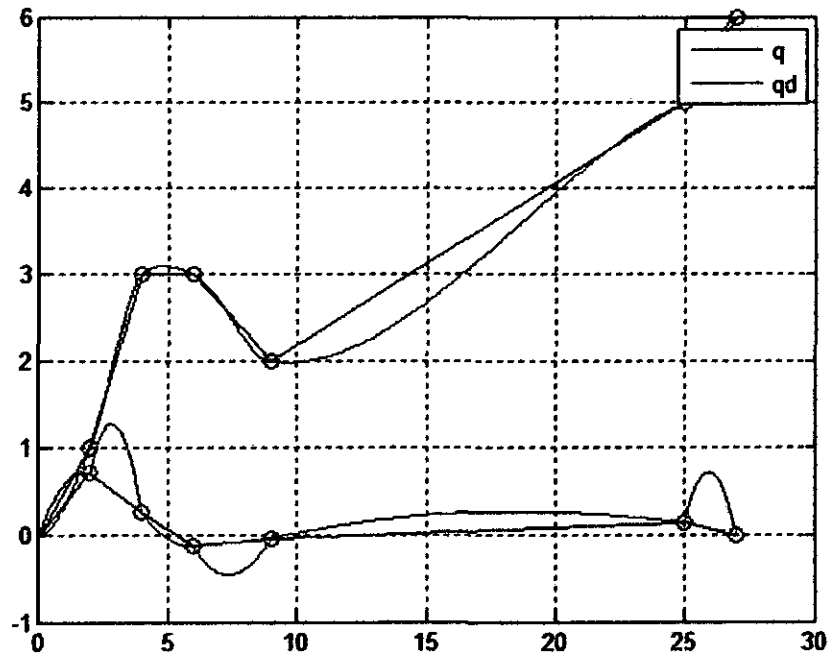


Figura 6.4. Interpolación mediante splin cúbico según [RA-76].

Asimismo, se concluye que el método según [RA-76] definida en [6.6] es más eficiente que el uso de la regla de heurística, así como las funciones implementadas en el software MATLAB para representar polinomios interpolados mediante splin cúbico, debido a que representa continuidad en posición, velocidad y aceleración. Logrando obtener los coeficientes de los splin cúbicos que definen la trayectoria con excelentes resultados. Con lo que se tendrá:

Intervalo	t_i	t_{i+1}	a_0	a_1	a_2	a_3
1	0	2	-0.0736	0.3972	0	0
2	2	4	-0.2571	0.6614	0.7057	1
3	4	6	0.0319	-0.1968	0.2659	3
4	6	9	0.0541	-0.2274	-0.1382	3
5	9	25	-0.0011	0.0322	-0.0414	2
6	25	27	-0.2173	0.6191	0.1309	5

6.2. Diseño y simulación de la tarjeta de control electrónica

6.2.1. Aspectos generales

Ciclo de trabajo

El desplazamiento angular q de rango $[q_j, q_{j+2}]$, está determinado por la duración de un tiempo t (periodo fijo) en ON que se aplica de manera de voltaje a la entrada de control del servo sistema.

Un primer criterio es encontrar la duración de tiempo en ON mediante un osciloscopio para programarlo en un microcontrolador. Analíticamente podría ser:

$$t = \begin{cases} t_j + \frac{(q - q_j)}{q_j} (t_{j+1} - t_j) & \text{si } q_j < q < 0 \\ t_{j+1} + \frac{q}{q_{j+2}} (t_{j+2} - t_{j+1}) & \text{si } 0 < q < q_{j+2} \\ t_j + \frac{(q - q_j)}{(q_{j+2} - q_j)} (t_{j+2} - t_j) & \text{si } q_j < q < q_{j+2} \end{cases} \quad [6.5]$$

Dónde:

t_j : Tiempo para el ángulo mínimo q_j , donde $q_j < 0$ grados.

t_{j+1} : Tiempo para $q_{j+1} = 0$ grados.

t_{j+2} : Tiempo para el ángulo máximo q_{j+2} , donde $q_{j+2} > 0$ grados.

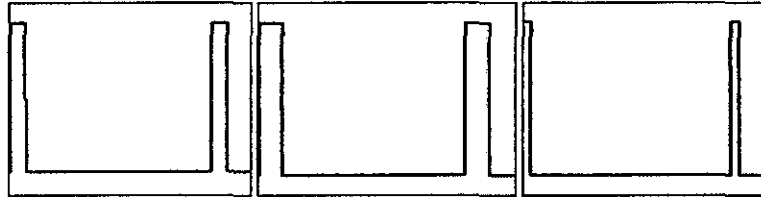


Figura 6.5. Gráfica del voltaje para los ángulos q_j, q_{j+1} y q_{j+2}

Las Figura 6.2 muestra la salida del “clock” de reloj para $q_j = q_{min}$, $q_{j+1} = 0$ grados y $q_{j+2} = q_{max}$ simulado mediante el software ISIS 7 Profesional.

El ciclo de trabajo se define como la relación entre el tiempo que se aplica la tensión a plena carga sobre los motores y el periodo de la señal será:

$$\alpha = \frac{\text{Tiempo útil}}{\text{periodo}} \quad [6.6]$$

6.2.2. Requerimientos para el diseño y desarrollo del sistema de control

Sobre la base de documentos que establecen requisitos (especificaciones), Así como las configuraciones generales de entradas y salidas ya existentes en una versión anterior, se optimizo el sistema de control.

La Tabla 6.1 muestra los requerimientos para el hardware del sistema de control. Incluye los de la PC, etapa de alimentación y etapa de control.

Tabla 6.1 Requerimientos para el hardware del Brazo Robot A255

Nombre	Descripción
Comunicación	<ul style="list-style-type: none"> • Puerto USB 2.0. • Puerto RS232 dual, estándar 38.4 k-baud (baudios), con un máximo de 78.4 k-baudios. • Protocolo de comunicación con detección de errores ACI
Ejes	<ul style="list-style-type: none"> • Soporte completo de 8 ejes • Soporte de servo manipulador
Energía	<ul style="list-style-type: none"> • 100 / 115 / 230 VAC, 60 / 50 Hz (seleccionable)
Entradas y Salidas (I/O)	<ul style="list-style-type: none"> • 5 salidas relé de contacto (24 V) • Entrada / Salida (I / O) expansibles a través de Interfaces PLC
Estándares	<ul style="list-style-type: none"> • Diseñado para cumplir con los requisitos estándares de seguridad para robots de UL1740 / ANSI / RIA 15.06 • Inmunidad EN50082-2 • Emisiones EN50081-2
Memoria disponible para el usuario	<ul style="list-style-type: none"> • 256 kbytes de memoria de acceso al azar (RAM) respaldada por baterías • 512 kbytes de memoria FLASH para reserva no volátil (opcional)
Procesador	<ul style="list-style-type: none"> • Pentium 4 – 2.0 Ghz o superior
Temperatura	<ul style="list-style-type: none"> • De +10 a +40° centígrados

La Tabla 6.2 muestra los requerimientos para la herramienta de control (software). Incluye funciones internas de control de velocidades, los de la PC, lenguajes de programación, los tipos de robots, tipos de control y los tipos de vías.

Tabla 6.2 Requerimientos para el Software del Brazo Robot A255

Nombre	Descripción
Bosquejo de velocidad	<ul style="list-style-type: none"> • Trapezoide o parabólica
Coordenadas	<ul style="list-style-type: none"> • Motor, articulación, mundo, y marcas de referencia remota
Pantalla	<ul style="list-style-type: none"> • Resolución de 800 x 600 o superior
Programación	<ul style="list-style-type: none"> • Lenguaje de programación estandarizado IRL. • Lenguaje de programación RAPL-II y sistemas operativo de multitarea • Herramientas de desarrollo para redes de transputadores
Programación por	<ul style="list-style-type: none"> • Fuera de línea

aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> • Consola de operación
Sistema operativo	<ul style="list-style-type: none"> • Windows XP (home o profesional) o superior
Tipo de control	<ul style="list-style-type: none"> • PID (Diferencial de integrales proporcional)
Tipos de robots	<ul style="list-style-type: none"> • Articulado y de función corrediza (gantry)
Tipos de vías (paths)	<ul style="list-style-type: none"> • Articulación interpolada (de punto a punto) • Interpolación circular • Línea recta • Movimiento combinado • Movimiento relativo • Vía continua

Se realizaron las pruebas del software y de los distintos accesorios que se le incorporan a esta interfaz, solucionando imprevistos.

6.2.3. Diseño electrónico

El hardware necesario para esta aplicación incluye la fuente de alimentación estabilidad, etapa de control mediante microcontrolador y otros periféricos.

Fuente de alimentación estabilizada para el sistema de control.

La alimentación del microcontrolador está separada de la alimentación de los servos. Las Figura 6.6 muestra el acondicionamiento de una señal de salida de 5 voltios estable.

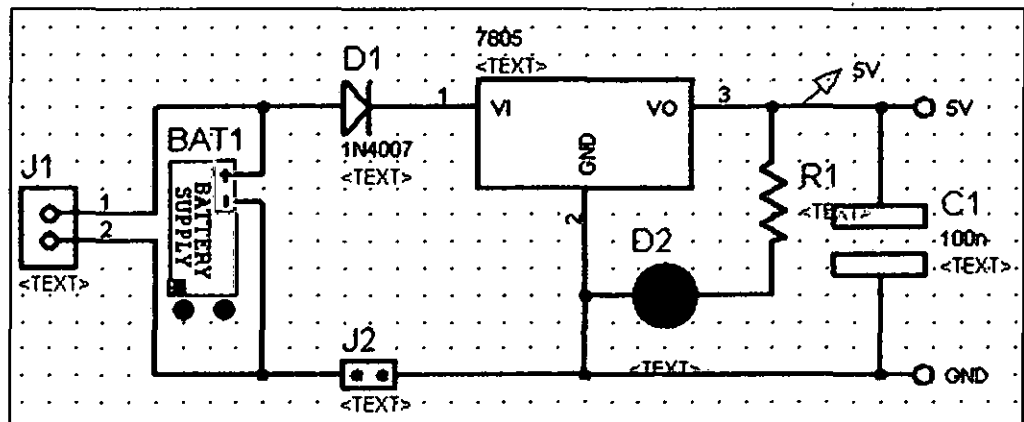


Figura 6.6. Fuente de alimentación del sistema de control
Sistema de control para servos

Sistema de control para servos

La Figura 6.7 muestra el sistema de control mediante un PIC 16F84A, para el control de los servomotores. El microcontrolador, se encarga de traducir pulsos digitales de la herramienta de control (Software), mediante el circuito integrado MAX232 y envía una señal PWM (Modulación por ancho de pulso) al servomotor según la lectura del buffer del puerto serie.

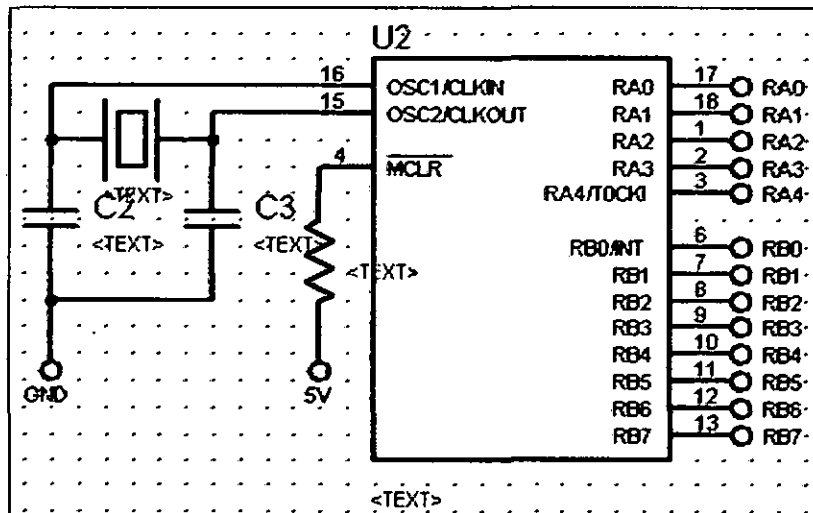


Figura 6.7. Etapa de acondicionamiento del microcontrolador.

Por tanto, un sistema conveniente debería incluir un PIC USB (PIC 18F4550), ya que cuando el microcontrolador es conectado por el puerto USB al PC se alimenta gracias al suministro de energía que le proporciona el propio USB y de esta forma no es necesario tener conectado la alimentación estabilizada al sistema de control.

Esquema adaptador RS232

La Figura 6.8 muestra el esquema adaptador externo de la norma RS232 (agrupa bits en bytes para que puedan ser procesados por el PC) mediante el circuito integrado MAX232 implementado normalmente mediante 4 hilos.



Dónde:

- **RX (Pin 2) :** Mediante esta señal se reciben datos en serie.
- **TX (Pin 3) :** Mediante esta se transmiten los bits en serie.
- **RTS (Pin 7):** Esta señal sirve para que la PC informe al dispositivo que tiene un nuevo dato listo para transmitir.
- **SG(Pin5) :** Esta señal es la que se usa como referencia para el resto de las señales.

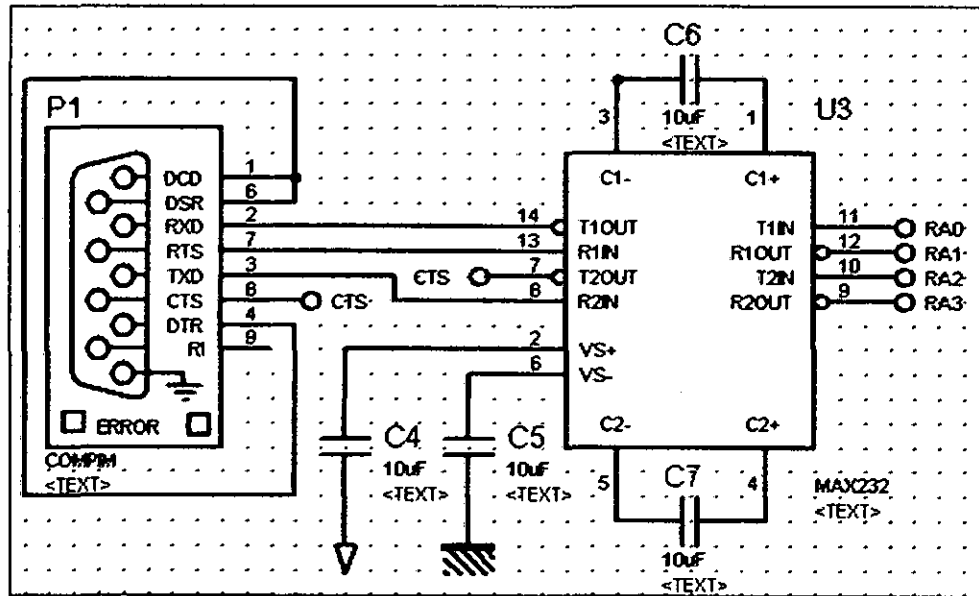


Figura 6.8. Esquema adaptador RS232.

6.2.4. Diseño del software para el microcontrolador

El microcontrolador PIC16F84A (CEREBRO) está funcionando como intérprete, esto quiere decir que se encarga de traducir pulsos digitales del programa principal a señales analógicas.

Como alternativa para programar los microcontroladores se sugiere utilizar un lenguaje de bajo nivel por sus prestaciones de rapidez.

Para realizar la función de temporizador, se toma como base los tiempos del temporizador Timer0, con el preescaler máximo de 256.

Cargando el valor hexadecimal 0xd8 en este temporizador, tardará diez milisegundos en desbordarse, evento que indica el bit T0IF del registro de interrupciones INTCON. A continuación se dará a conocer parte del código:

; Programa para el microcontrolador 16F84A

; PORT B is configured:

```
;
;
;   RB0           Digital Out 0
;   RB1           Digital Out 1
;   RB2           Digital Out 2
;   RB3           Digital Out 3
;   RB4           Servo Control 0
;   RB5           Servo Control 1
;   RB6           Servo Control 2
;   RB7           Servo Control 3
;
```

; PORT A is configured:

```
;
;   RA0           Serial TX (output)
;   RA1           Serial Request To Send (input)
;   RA2           Serial Clear To Send (output)
;   RA3           Serial RX (input)
;   RA4           LED Drive (0=on, 1=off. Used to indicate data
transmission)
```

Servo0 movlw b'00001'

movwf PORTB

call retardo

movlw b'00000'

movwf PORTB

call retardo

goto otra

Este segmento de código, permite generar una señal PWM (Modulación por ancho de pulso) para el servomotor 0.

6.3. Diseño del programa de interfaz brazo – usuario

En esta sección consideraremos el problema de interfaz humana de cómo deseamos especificar una trayectoria o ruta a través del espacio.

Para facilitar la descripción del movimiento de un manipulador de un sistema de robot, debemos proporcionar la capacidad de especificar trayectorias con simples descripciones del movimiento deseado y dejar que el sistema desarrolle los detalles.

6.3.1. Sistema de control

Las características de control del robot hacen referencia entre otros aspectos a sus posibilidades cinemáticas (tipo de trayectoria) y dinámicas (prestaciones dinámicas del robot), a su modo y capacidades del programación (guiado o textual, número de puntos o KB de memoria de usuario), a sus capacidades de comunicación (Entradas-Salidas digitales, comunicaciones de datos de acuerdo a estándares como RS232, TCPIP, etc.)

Las características de control dinámico, como velocidad de respuesta y estabilidad, son de particular importancia cuando éste debe manejar grandes pesos ($w > 2$ kilos) con movimientos rápidos.

6.3.2. Requerimientos de un sistema de programación de robots³⁵

Los requerimientos generales que se vienen estableciendo para un sistema de programación de robots son los siguientes:

³⁵ Craig, J. J. *Robot Programming Languages and System: Introduction to Robotics Mechanics and Control*. 2^a. Ed. Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company, 1989

- **Entorno de desarrollo:** Especificación de cómo las funciones básicas más importantes de un lenguaje concreto deben ser representadas de manera gráfica, según la norma UNE EN ISO 15187-2003.
- **Modelado del entorno:** Representación que tiene el robot de los objetos con los que interacciona.
- **Tipos de datos:** Datos convenciones (enteros, reales, booleanos, etc.), destinados a definir las operaciones de interacción con el entorno.
- **Manejo de entradas y salidas:** Integrar y sincronizar permitiendo la comunicación, en el nivel más sencillo, mediante señales binarias de entrada y salida.
- **Comunicaciones:** Integración de los elementos que participan en los mismos con el resto de los sistemas de control y gestión de la producción.
- **Control del movimiento del robot:** Mediante un método de programación, incluir la posibilidad de especificar el movimiento del robot.
- **Control de flujo de ejecución del programa:** Especificar de alguna manera un flujo de ejecución de operaciones, empleando para ello las estructuras habituales de bucles (for, repeat, while, etc.).

6.3.3. Interfaz del Usuario

Para el desarrollo de la herramienta de control (software) denominado Easy-Robot, se utilizó la sintaxis del software AutoCAD para la creación de objetos 3D, la toolbox robótica de MATLAB® incluye la función link para la definición de las características cinemáticas (mediante los parámetros de Denavit-Hartenberd) y dinámicas de cada eslabón y la función robot para la concatenación de las mismas para formar un Robot mostrado en la Figura 6.9. Como etapa inicial para visualizar y verificar la forma del Robot simplificado en movimiento.

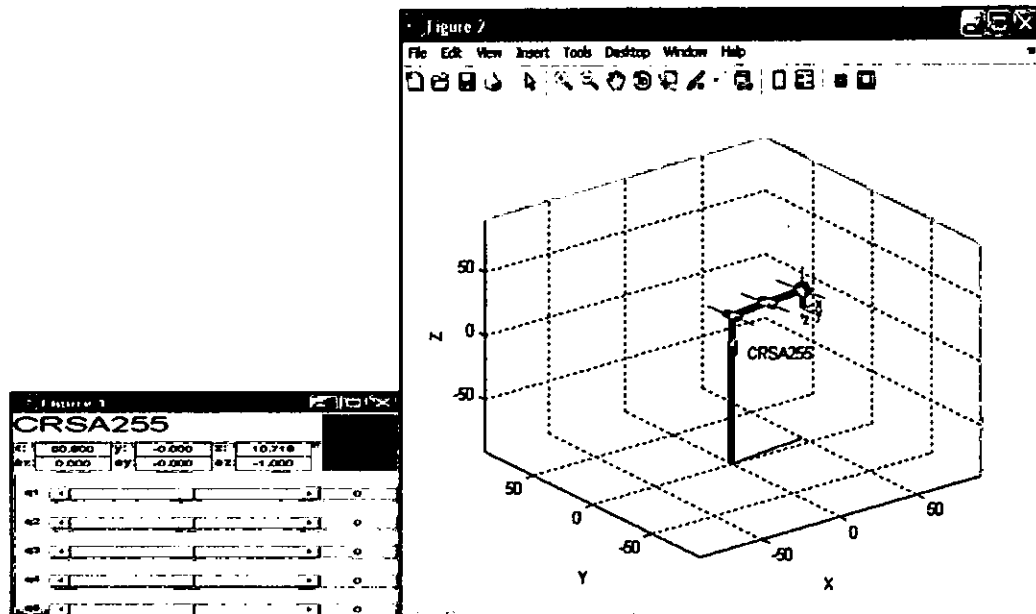


Figura 6.9. Simulación del Brazo Robot A255 en la plataforma de MATLAB®.

Esto permite desarrollar herramientas y aplicaciones especiales en diversos Software libres de forma segura, Para esta aplicación se consideró el Software Visual Basic 6.0 mostrado en la Figura 6.10.

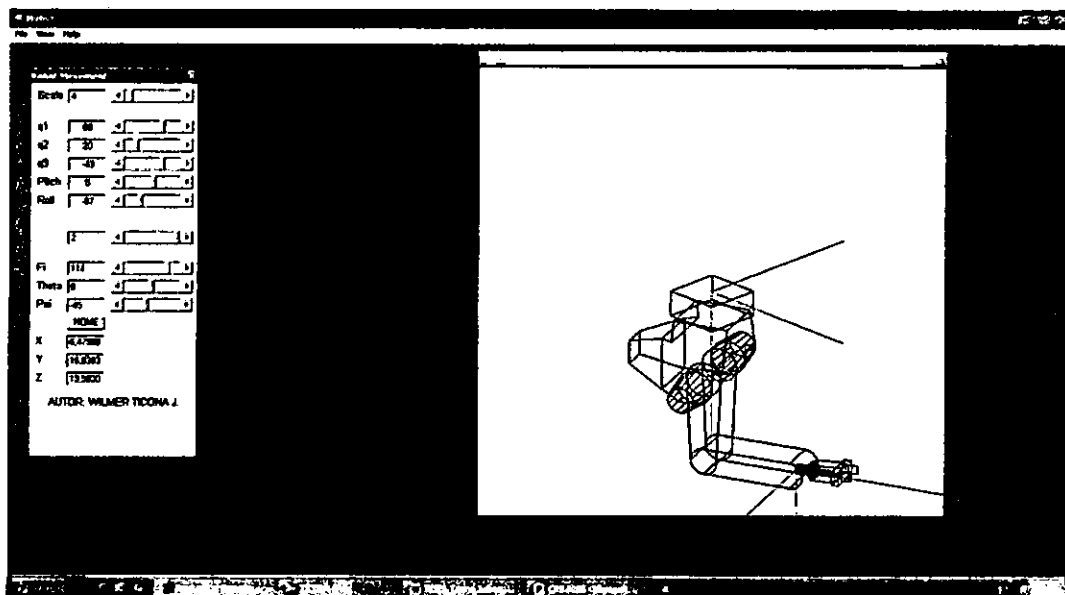


Figura 6.10. Simulación del Brazo Robot A255 en la plataforma de visual Basic.

Por las necesidades encontradas, la aplicación al usuario está dividida en varias herramientas representadas en ventanas independientes.

El simulador de E/S será posible mostrar el estado de las señales de entrada y salida en cada momento de la ejecución del programa. Permite al usuario cambiar sus valores (establecer/restablecer en el caso de las señales digitales e introducir valores en las señales analógicas) en un entorno fácil de usar diseñado en Visual Basic 6.0 (Figura 6.10). Esta función resulta útil a la hora de probar programas de robot que pueden cambiar el estado de las salidas o esperar a determinados estados de entrada antes de continuar. Este software va a permitir verificar las capacidades de los modelos propuestos en una plataforma real. Además, las vistas de trabajo cuentan con flexibilidad, para mostrar la información que el usuario desea, en detalle.

6.3.4. Estandarización del método de programación de robots.

En la actualidad el Industrial Robot Language (IRL), ha ganado cierta aceptación, siendo norma DIN desde el año 1996. El IRL ha sido incluido como modo de programación en algunos simuladores (COSIMIR de FESTO). Define la sintaxis y la semántica de un lenguaje textual que permite programar los movimientos del robot, así como otras funciones auxiliares. Además su sintaxis puede ser traducida a un código intermedio para el control de un robot. Se incluye a continuación a modo de ejemplo, el código de un programa mediante la sintaxis del IRL.

PROGRAM ejemplo IRL

VAR

INPUT BOOL: pieza at1; {entrada digital que indica la presencia de pieza}
 repetir at2; {entrada digital que indica el deseo de repetir la acción}

OUTPUT BOOL: electrm at 1; {salida digital que activa el electroimán del efector final}

BEGIN

IF NOT pieza THEN HALT; ENDIF;

R_ACC:=300.0; {especifica la aceleración}

R_SPEED:= 100.0; {especifica la velocidad}

Bucle:

MOVE LIN p_sb_pieza;	{movimiento en línea recta a punto sobre pieza}
MOVE LIN p_pieza;	{movimiento en línea a punto recogida pieza}
Electrm:=TRUE;	{activa el electroimán del efector para recoger la pieza}
MOVE LIN p_sb_pieza;	{movimiento en línea recta a punto sobre la pieza}
MOVE LIN p_intermedio;	{movimiento en línea recta a punto intermedio}
MOVE LIN p_destino	{movimiento en línea recta hasta situarse sobre destino}
Electrm:=FALSE;	{desactiva el electroimán del efector para dejar pieza}
MOVE LIN p_intermedio;	{regresa al punto intermedio}
IF repetir = TRUE THEN GOTO bucle; ENDIF; {¿Repetir → coger nueva pieza?}	
MOVE LIN home;	{Fin de tarea. Se retorna a la posición de reposo}
HALT;	{Para la ejecución del programa}
END PROGRAMA	

Capítulo 7

Determinación de costos

7.1. Costo de Materiales Empleados

En los costos de materiales empleados se presentan los componentes electrónicos y por otro lado los componentes mecánicos después se realizara el costo total, asimismo el tiempo empleado para obtener el cálculo de la mano de obra directa.

Los siguientes costos fueron cotizados de las siguientes fuentes:

- Servo motores se cotizo en la empresa: **CMC Cleveland Motion Controls**. Es una empresa que ofrece una amplia línea de soluciones de control industrial y automatización, tales como los motores sin cepillo servo, servo motores, actuadores lineales, servo amplificadores, controladores de movimiento, tensión de control web y células de carga. Disponible de World Wide Web: <http://www.cmccontrols.com>
- Materiales Electrónicos se cotizo en la empresa: **Electrónica HIFI**. Es una empresa peruana de distribución local de productos electrónicos. Disponible de Word Wide Web: <http://electronicahifi.com>

7.1.1. Costo de Materiales Electrónicos

Tabla 7.1. Costos de materiales electrónicos

Concepto	P./U	Cant.	Precio (S/.)
▪ BRUSH Servo motor MH2110-084E de CMC	1300.00	5	6500.00
▪ Optocoder LDA-051-1000 de Sumtak	450.00	5	2250.00
▪ Microcontrolador 16F870	90.00	1	90.00
▪ Microcontrolador 16F716	80.00	1	80.00
▪ Zócalo para el microcontrolador	5.00	2	10.00
▪ Componentes electrónicos	10.00	1	10.00
▪ Otros(10% del subtotal)	900.00	1	900.00
Total			9840.00

El costo total de la materia prima directa (MPD) viene dada por la formula siguiente:

MPD = Coste de Materiales Electrónicos, Entonces:

MPD= S/. 9840.00

7.2. Tiempo Empleado

El tiempo que se empleara para realizar el diseño del Brazo Robot y el software de simulación.

Tabla 7.2. Tiempo empleado en el diseño

Nº	Descripción de los trabajos de diseño	Tiempo (h.)
1	Diseño de planos de área de trabajo	1
2	Diseño de planos eléctrico y/o electrónico	1
3	Diseño del sistema de control	2
4	Transporte de material electrónico	2
5	Identificación de parámetros del servo motor	1
6	Construcción de dispositivos electrónicos	1
7	Habilitado de dispositivos electrónicos de control	1
8	Toma de medidas de seguridad adecuadas, tanto en hardware como en software, para el interface I/O, de modo que no cause estados indefinidos en los dispositivos conectados.	2
9	Aplicación de un aislamiento eléctrico fiable a la fuente de 24 V de baja tensión.	

TIEMPO TOTAL EMPLEADO 104 horas

Tabla 7.3. Tiempo empleado en la instalación

N°	Descripción de los procedimientos para la instalación	Tiempo (h.)
1	Conexión de los dispositivos con alimentación eléctrica desconectada.	
2	Instalación de dispositivos de parada de emergencia con alimentación eléctrica desconectada.	
3	Conexión de la puesta a tierra y protección de instalación contra circuitos.	
4	Verificación antes de instalar o tocar el dispositivo, asegurar de	
5	Instalación de los dispositivos automáticos y los correspondientes elementos operativos de modo que se prevenga la puesta en marcha involuntaria de los mismos.	

TIEMPO TOTAL EMPLEADO 3 horas

7.3. Costo Total de gasto del Proyecto

7.3.1. Calculo de la mano de obra directa

Para el cálculo de la mano de obra directa (MOD) debemos considerar el salario y los cargos sociales (Essalud: 9.00%, P. Seguro: 0.95% y otros) para encontrar el costo por hora del trabajador, que combinadas con el número total de horas trabajadas son 107 horas encontremos el MOD.

- Salarios S/.100 x 30 días = S/. 3000.00
- Cargos sociales 11% = S/. 330.00

TOTAL = S/. 3330.00

Horas trabajadas al mes:

- 20días x 8h = 160h.
- Costo por hora = 3330.00/160 = S/. 20.81

Cálculo de la mano de obra directa (MOD):

MOD = Horas trabajadas x Costo por hora.

MOD = 107 h. x S/. 20.81

MOD = S/. 2226.67

7.3.2. Costo total del proyecto

Para el costo total del proyecto, debemos calcular primero un costo de gastos administrativos (GA: Aportación: 10.00% y otros), lo que ocasiona la inspección de la ejecución del proyecto. No existe una estructura fija para el tema de los gastos, se define de acuerdo al giro de la empresa. Para el diseño del proyecto de tesis se asume los gastos administrativos en un 25%.

Obtención de los gastos administrativos (GA):

GA = MOD x 0.25

GA = S/. 2226.67 x 0.25

GA = S/. 556.6675

Obtención del costo total de gastos del proyecto (CTGP):

CTGP = MPD + GA + MOD

CTGP = S/. 9840.00 + S/. 556.6675 + S/. 6680.01

CTGP = S/.17076.67

Costo total de gasto del proyecto = S/. 17076.67

Conclusiones

1. Para el sistema control de trayectorias múltiples se ha determinado los requerimientos del sistema: comunicación, ejes, energía, entradas y salidas (I/O), estándares, Memoria disponible para el usuario, Bosquejo de velocidad, coordenadas, pantalla, programación, programación por aprendizaje, sistema operativo, tipo de control, tipos de robots y tipos de vías (paths).
2. Para describir el comportamiento del robot CRS A255 dentro de una celda de trabajo se ha determinado su modelo real cinemático (inversa y directa) y dinámico.
3. Se ha propuesto una implementación de sistemas multivariables con control con compensación de gravedad para la velocidad de las trayectorias deseadas en el control cinemático.
4. Las trayectorias reales coinciden con las modeladas en el control dinámico del brazo robot CRS A255.
5. Para obtener la posición y orientación del efecto final, se ha elaborado el software denominado Easy-Robot v.1.0. basado en: UNE EN ISO 15187:2003
6. La comprobación del diseño de trayectorias múltiples se ha realizado sobre el software Easy-Robot, aportando una librería de funciones escritas para el paquete MATLAB® que permiten el análisis, diseño e implementación de controladores y simulación de trayectorias múltiples del Brazo Robot CRS A255.

7. Se ha mejorado la funcionalidad de detección automática de las velocidades y aceleraciones en los **puntos vía** deseados (puntos intermedios entre las posiciones inicial y final) de tal forma que la aceleración en los puntos vía sea continua.

Recomendaciones

1. Se recomienda instalar un acceso remoto, en una red local o a través de internet para evitar accidentes ocupacionales durante la puesta en marcha del Brazo Robot CRS A255.
2. Incrementar el diseño de objetos (cubo, primas, cono, toroide, etc.) en 3D que pueden ser representados en el espacio de trabajo del robot, en un formato de herramienta CAD de uso común.
3. Introducir nuevos tipos de objetos para trayectorias, como curvas Lagrange, COONS, Hermite, B-Spline y Ferguson.
4. Implementar la detección de colisiones, considerando no sólo los objetos sólidos incluidos dentro del volumen de trabajo del robot, sino también la geometría del efector final utilizado.

Bibliografía

- Alva Davila. *Diseño de elementos de máquinas II*. 1a. ed. Lima, 2005.
- Barrientos, A., Peñín, L.F., Balaguer, C., y Aracil, R. *Fundamentos de Robótica*. Sánchez González, Carmelo (ed.). 2a. ed. Madrid: McGraw-Hill, 2007. 624 p. ISBN: 978-84-481-5636-7
- Bolton, W. *Mecatrónica: Sistemas de control electrónico en ingeniería mecánica y eléctrica*. Bautista Gutiérrez, Raúl (trad.). 2a. ed. México D.F.:Alfaomega, 2001. 542 p. ISBN: 970-15-0635-9
- Cortés, M. *Curso moderno de máquinas eléctricas rotativas*. 1ª. Ed. Barcelona: Editores Técnicos Asociados, 1989.
- Craig, J. J. *Robot Programming Languages and System: Introduction to Robotics Mechanics and Control*. 2ª. Ed. Massachusets: Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- Denavit, J., y Hartenberg, R. S. *A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Base don Matrices*: Journal of Applied Mechatronics, 1955
- Erdman. G. y Sandor. N. *Diseño de mecanismos, análisis y síntesis*. 5a. ed. México D.F.: Prince Hall, 1997.
- Feliú. *Robot Flexibles: Hacia una generación de robots con nuevas prestaciones*, *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*. 3a. ed. 2006.
- Ferrando, F. *Criterios para la selección de un reductor de velocidad*: Automática e Instrumentación, 1993. p. 100-106
- Fu. K. S., Gonzales, R. C., y Lee, C. S. G. *Robótica: control, detección, visión e inteligencia*. Dormino Bencomo, Sebastian (trad.). 1a. ed. Madrid: McGraw-Hill, 1988. 599 p. ISBN: 84-7615-214-0

- G. Erdman, Arthur, y N. Sandor, George. *Diseño de Mecanismos: Análisis y sistemas*. José de la Cera y Escalona, Roberto (trad.). 3a. ed. México D.F.: Mc Graw Hill, 1998. 664 p. ISBN: 970-17-0163-1
- Gómez, R., Escobar, D., Artemio, E., Guerrero, J., Asunción, J., Hernández, M., Puerto, A., y Sandoval, L. *Elementos de métodos numéricos para ingeniería*. 1a. ed. México D.F.: McGraw-Hill, 2002.
- Gonzales. K. S. *Robótica control, detección e inteligencia*. 3a. ed. México D.F.: McGraw-Hill, 1988.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., y Baptista Lucio, P. *Metodología de la Investigación*. 3a. ed. México D.F.: McGraw-Hill, 2003. 706 p. ISBN: 970-10-3632-8
- Hollwanko. *Diseño de máquinas*. 3a. ed. México D.F.: Mc Graw Hill, 1997.
- IFR. *International Federation of Robotics and United Nations: World Robotics 2004. Statistics, Market Analysis, Forecast, Case Studies and Profitability of Robot Investment*, United Nations Publications.
- Kuo. Benjamin C. *Sistemas de control automática*. México D.F.: Prentice Hall, 1996
- Larburu A., Nicolas. *Maquinas Prontuario: Técnicas, Máquinas y Herramientas*. 2a. ed. Madrid: Ed. Panainfo, 1992. 627 p. ISBN: 84-283-1968-5
- López. A. y Morales. G. *Circuitos electrónicos II*. 3era. ed. Lima: Editorial "CIENCIAS", 2001.
- López. A. y Julián. M. *Circuitos electrónicos I*. 3era. ed. Lima: Editorial "CIENCIAS", 2003.
- M. Etter, Delores. *Solución de problemas de ingeniería con MATLAB*, Escalona García, Roberto Luis (trad.). 2a. ed. México D.F.: Prentice Hall, 1998. 329 p. ISBN: 970-17-0111-9
- Montano, L., Tardós, J.D., y Saghés, C. *Accionamientos directos para robot: Automática e Instrumentación*. p. 251-261
- Ogata. K. *Ingeniería de control moderna*. 4a. ed. Madrid: Pearson, 2003. 984 p. ISBN: 84-205-3678-4
- Orin, D. y Schrader, W. *Efficient Jacobian Determination for Robot Manipulators: Robotics Research, The first international Symposium*. MIT Press, Massachusetts, 1984.
- Reuleaux, F. *The Kinematics of Machinery*, London: Macmillan. 1876.

- D., Rogers y J., Adams. *Space Curves: Mathematical elements for computer graphics*. 1° Edición. México D.F.: McGraw-Hill, 1988.
- Rojas Moreno. *Control avanzado*. 1a. ed. Lima, 2001.
- R. W., Vockroth. *Industrial Hydraulics*, Delmar Publishers, Nueva York, 1994.
- Shirley. E. y Mischke. R. *Diseño en ingeniería mecánica*. 6a. ed. México D.F.: McGraw-Hill, 2002.
- Shirley. E. *El proyecto en ingeniería mecánica*. 2° Edición. México D.F.: McGraw-Hill, 1970.
- Torres, F., Pomares, J., Gil, P., Puente, S.T., y Aracil, R. *Automática & Robótica: Robots y sistemas sensoriales*. Capella, Isabel (ed.). 2a. ed. Madrid: Ed. Prentice Hall, 2002. 480 p. ISBN: 84-205-3574-5
- W., Deppert y K., Stoll. *Dispositivos neumáticos*, Marcombo Boixareu Editores, Barceloa, 1994.

En línea

- AENOR. *Normas ISO trasladadas al español* [en línea]. Madrid:, [citado 13 Octubre 13, 2009]. Disponible de Word Wide Web: <http://www.AENOR.es>
- Asociación Española de Robótica y Automatización de las Tecnologías de la Producción. *Sistemas Industriales Automatizados* [en línea]. Madrid: AER-ATP. Disponible de World Wide Web: <http://www.aeratp.com>
- ISO 690-2:1997, *Información y documentación - Referencias bibliográficas – Part 2: Documentos electrónicos y sus partes* [en línea]. “1a ed., versión 2.0” [Génova, Suiza]: Organización Internacional de Normalización, Comisión Internacional Electrotécnica, Noviembre 1997 [citado octubre 28, 2009]. Disponible en Internet: <http://biblioteca.ucv.cl/herramientas/citaselectronicas/iso690-2/iso692-2.html>.
- Organización Internacional de Estándares (ISO), *Normas ISO* [en línea].Disponible de World Wide Web: <http://www.iso.org>.
- TECSUP. *Situación Actual de los Robots Industriales* [en línea]. Perú: Tecsup, 2009 [citado Octubre 13, 2009]. Disponible de World Wide Web: <http://www.tecsup.edu.pe/webuds/web/principal?accion=noticia&codigo=517>

Apéndice A

Brazo Robot A255 Guía Del Usuario

A.1 Amplitud de movimiento³⁶

El espacio de trabajo del brazo A255 se define por la amplitud de movimiento de cada articulación y el largo de cada sección (base, segmento, o superficie de montaje de actuador). Las tablas siguientes indican la amplitud de movimiento de cada articulación (a las que también se hace referencia como “ejes”) y la dimensión de cada sección.

Las longitudes que involucran articulaciones son medidas de eje a eje.

Tabla A.1. Amplitud de movimiento

Articulación	Eje	Amplitud de movimiento
Cintura	1	+175 a -175 grados
Hombro	2	+110 a 0 grados
Codo	3	0 a -130 grados
Flexión de la muñeca	4	+110 a -110 grados
Giro de la muñeca	5	+180 a -180 grados

³⁶ CRS ROBOTICS. *Brazo Robot A255: Guía de usuario*

Tabla A.2. Longitudes de eje a eje que involucran articulaciones.

Sección	Dimensión	
	Pulgadas	mm.
De la superficie de montaje al hombro	10.00	254.0
Del hombro al codo	10.00	254.0
Del codo al eje de la muñeca (eje 4)	10.00	254.0
Del eje de la muñeca (eje 4) a la superficie de actuador	2.00	50.8
De la superficie de montaje a la superficie de los dedos del servo	3.78	96.0

A.2 Capacidad de par de torsión

La tabla siguiente muestra la capacidad de par de torsión para cada articulación del brazo

Tabla A.3. Capacidad de par de torsión continuo.

Articulación	Eje	Par de torsión	
		Pulgadas-libra	N-m
Cintura	1	57.0	6.40
Hombro	2	57.0	6.40
Codo	3	57.0	6.40
Flexión de la muñeca	4	13.0	1.40
Giro del actuador	5	6.3	0.71

A.3 Carga Admisible

La carga admisible es la masa (peso) que soporta el brazo, y/o la magnitud de la fuerza que el brazo ejerce sobre un objeto; incluye al manipulador y cualquier carga que éste lleve

La carga admisible máxima y la carga admisible nominal se determinan para las condiciones que preservan la precisión nominal especificada. Para que el brazo soporte la carga admisible máxima con la precisión nominal especificada, el brazo reduce su velocidad, y para que el brazo pueda trasladarse a máxima velocidad, la carga admisible del brazo disminuye.

Tabla A.4. Parámetros de la carga admisible del Brazo Robot A255

Carga admisible	Velocidad	Masa
Máxima	80% de la velocidad o aceleración	2.0 Kg
Nominal	100% de la velocidad o aceleración	1.0 Kg

La carga admisible máxima depende de la distancia entre el centro de la superficie de montaje del actuador y el centro de gravedad de la carga admisible.

Tabla A.5. Distancia axial desde la superficie de montaje de actuador

Distancia	Masa
0.00 pulgadas [0.0 mm.]	4.40 libras [2.00 kg.]
2.00 pulgadas [50.8 mm.]	4.40 libras [2.00 kg.]
4.00 pulgadas [101.6 mm.]	3.17 libras [1.44 kg.]
6.00 pulgadas [152.4 mm.]	2.37 libras [1.08 kg.]
8.00 pulgadas [203.2 mm.]	1.90 libras [0.86 kg.]
10.00 pulgadas [254.0 mm.]	1.58 libras [0.72 kg.]

Tabla A.6. Distancia radial desde el centro de la superficie de montaje de actuador

Distancia	Masa
0.00 pulgadas [0.0 mm.]	4.40 libras [2.00 kg.]
2.16 pulgadas [54.8 mm.]	4.40 libras [2.00 kg.]
4.00 pulgadas [101.6 mm.]	2.37 libras [1.08 kg.]
6.00 pulgadas [152.4 mm.]	1.58 libras [0.72 kg.]
8.00 pulgadas [203.2 mm.]	1.18 libras [0.54 kg.]
10.00 pulgadas [254.0 mm.]	0.96 libras [0.43 kg.]

A.4 Resolución

Resolución es el incremento más pequeño de movimiento o distancia que puede ser detectado o controlado. La articulación depende de la distancia entre el centro de la superficie de montaje de actuador y el centro de gravedad de la carga admisible, como se muestra en las tablas.

Tabla A.7. Distancia axial desde la superficie de montaje del actuador

Distancia	Resolución
0.00 pulgadas [0.0 mm.]	0.0028 pulgadas [0.0711 mm.]
2.00 pulgadas [50.8 mm.]	0.0036 pulgadas [0.0914 mm.]
4.00 pulgadas [101.6 mm.]	0.0044 pulgadas [0.1118 mm.]
6.00 pulgadas [152.4 mm.]	0.0051 pulgadas [0.1295 mm.]
8.00 pulgadas [203.2 mm.]	0.0059 pulgadas [0.1499 mm.]
10.00 pulgadas [254.0 mm.]	0.0067 pulgadas [0.1702 mm.]

Tabla A.8. Distancia radial desde el centro de la superficie de montaje del actuador.

Distancia	Resolución
0.00 pulgadas [0.0 mm.]	0.0020 pulgadas [0.0508 mm.]
2.00 pulgadas [50.8 mm.]	0.0036 pulgadas [0.0914 mm.]
4.00 pulgadas [101.6 mm.]	0.0051 pulgadas [0.1295 mm.]
6.00 pulgadas [152.4 mm.]	0.0067 pulgadas [0.1702 mm.]
8.00 pulgadas [203.2 mm.]	0.0083 pulgadas [0.2108 mm.]
10.00 pulgadas [254.0 mm.]	0.0099 pulgadas [0.2515 mm.]

Repetibilidad

Repetibilidad es la capacidad para repetir un mismo movimiento o llegar a los mismos puntos bajo las mismas señales de control; también se puede definir como el error de un ciclo a otro al intentar desempeñar una labor determinada.

Repetibilidad	$\pm 0.05 \text{ mm.}$
----------------------	------------------------

A.5 Velocidad y aceleración en las articulaciones

El tiempo estándar de ciclo para tomar y colocar es 1.8 segundos. Las tablas siguientes muestran la velocidad y la aceleración para cada articulación del brazo. El tiempo estándar de ciclo para tomar y colocar es 1.8 segundos.

Tabla A.9. Velocidades máximas

Movimiento	m/seg
Movimientos interpolados de articulación compuestos	3.210
Movimientos lineales y de curso	0.508

Tabla A.10. Velocidad en las articulaciones a 100% de la velocidad programable

Articulación	Eje	Pulsos/ms	Relación de engranes	Velocidad máxima	
				Rad/seg	Grados/seg
Cintura	1	42	72:1	3.67	210.0
Hombro	2	42	72:1	3.67	210.0
Codo	3	42	72:1	3.67	210.0
Flexión de la muñeca	4	30	16:1	11.80	675.0
Giro del actuador	5	30	8:1	23.60	1350.0

Tabla A.11. Aceleración base

Articulación	Eje	Pulsos/ms ²	Rad/seg ²	Grados/seg ²
Cintura	1	1000	8.7	498
Hombro	2	1000	8.7	498
Codo	3	1000	8.7	498
Flexión de la muñeca	4	1000	39.3	2240
Giro del actuador	5	1000	78.5	4490

Apéndice B

Normativa sobre robots industriales

La Organización Internacional de Estándares (ISO), tiene definidas varias normas relativas a los robots Manipuladores Industriales. Estas normas son adoptadas como norma Europea, indicándose este hecho, mediante las siglas EN-ISO en su denominación. En su mayoría éstas se encuentran traducidas al español. Estando identificadas entonces como normas UNE EN ISO.

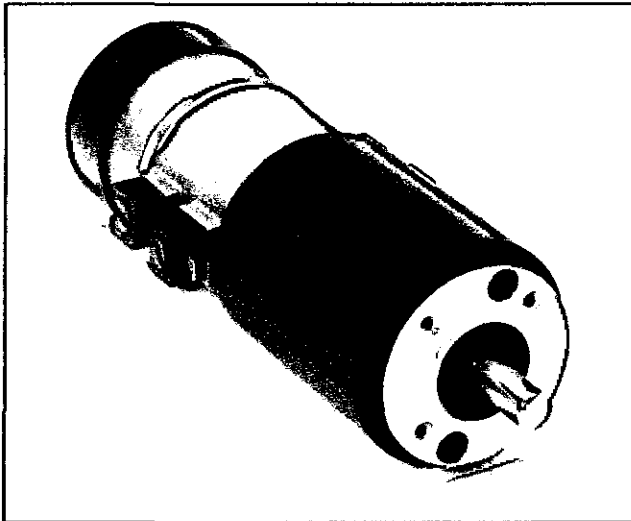
En la tabla siguiente se muestran las normas ISO existentes para Robots Manipuladores Industriales. En el caso de que exista la versión en español (Norma UNE) se indica ésta:

Norma	Título
UNE EN ISO 8373:1998	Vocabulario
EN ISO 9787:1999	Sistema de coordenadas y movimientos
EN ISO 9946:1999	Presentación de las características
UNE EN ISO 9283:1998	Criterios de análisis de prestaciones y métodos de ensayo y relacionados
UNE EN ISO 10218-1:2006	Seguridad
UNE EN ISO 15187:2003	Interfaces gráficas de usuario para la programación y el funcionamiento de robot (GUI-R)
UNE EN ISO 9409-1:1996	Interfaces mecánicas parte 1: Interfaces por placa
UNE EN ISO 9409-2:2003	Interfaces mecánicas parte 2: Ejes
EN ISO 11593:1996	Sistemas de intercambio automático de efector. Vocabulario y presentación de características
UNE EN ISO 14539:2000	Transporte de objetos con dispositivos de agarre tipo empuñadura. Vocabulario y presentación de características

Apéndice C

DataSheet del BRUSH SERVO MOTOR MH2110-084E

TORQUEMASTER



Performance Benefits

CMC Torque Systems specializes in the design of high performance brush servo motors that provide efficiency, flexibility of application, and a long and trouble-free service life. Our TORQUEMASTER® 2100 series is no exception.

With fast response, accurate control and high torque-to-inertia ratios, you can count on the TORQUEMASTER 2100 Series of brush servo motors to provide smooth operation throughout a full speed range. The 2100 Series delivers smooth and superior low speed performance, and maximum power ratings with low thermal resistance for high speed performance. In addition, with maximum torque in a smaller package, you can count on better pricing for a better overall value.

When integrated with high performance brush amplifiers, TORQUEMASTER 2100 Series brush servo motors provide effective and highly efficient motion control solutions for a wide range of applications—including factory automation, packaging, robotics, machine tools, medical instrumentation and more.

Design Features

TORQUEMASTER 2100 Series brush servo motors are rated from 12 oz.-in. to 53 oz.-in. with speeds and torque stability up to 6500 RPM. They utilize the latest in high performance permanent magnet technology, and are available in eight standard windings (as well as custom windings) to meet your most demanding applications.

Each brush servo motor in the TORQUEMASTER 2100 Series is ruggedly designed and manufactured for reliable performance.

Motors can be customized to fit your exact application with tachometers, encoders, brakes and other options.


BRUSH SERVO MOTORS 2100 SERIES

Series 2100, is a high performance, permanent magnet brush servo motor for use in various industrial direct drive or geared servo systems

- Rugged industrial construction
- Continuous torque ratings up to 53 oz.-in. —with speeds up to 6500 RPM (no load)
- Peak torque ratings up to 300 oz.-in.
- High torque-to-inertia ratio delivers maximum torque per frame size
- Superior low speed performance
- Numerous custom options available

• CE / UL
CE

TORQUEMASTER

 **Improving Productivity
Worldwide**

CMC **Cleveland Motion Controls**
An AMPAC Company

2100 SERIES

TORQUEMASTER

BRUSH SERVO MOTOR CHARACTERISTICS

SYMBOL		UNITS	2105	2110	2115	2120	2130
T _c	Cont. Torque	Oz-in	12	18	30	38	53
T _p	Peak Torque	Oz-in	50	100	150	200	300
T _f	Static Friction	Oz-in	3	3	3	3	3
F _f	Viscous Friction	Oz-in/KRPM	0.2	0.3	0.3	0.4	0.5
T _g	Cogging Torque	Oz-in	0.2	0.3	0.5	0.5	0.5
J _M	Inertia	Oz-in-sec ²	0.0018	0.0031	0.0044	0.0057	0.0083
R _{th}	Thermal Res	Deg C/watt	6.9	6.2	5	4.5	3.8
T _{th}	Thermal Time	Minute	10	10	15	15	20
t _m	Mech Time	Millisec	24.3	12.19	8.62	8.07	7.20
t _e	Elect Time	Millisec	1.6	1.9	2.1	2.1	2.2
F _C	Commutation	Factor	488	722	1260	1548	2116
Wt	Weight	lbs	1.9	2.9	3.1	3.3	4.3

Note: All values at 25°C Ambient.

WINDING

A	K_t	Torg. Sens.	Oz-in/Amp	2.27	3.8	6.12	7.74	11.2
	R_A	Arm. Resis.	Ohms	0.29	0.40	0.52	0.60	0.80
	K_v	Back E.M.F.	Volts/KRPM	1.7	2.8	4.5	5.7	8.3
	F_c/K_t	P_b	Watts	215	190	206	200	189
B	K_t	Torg. Sens.	Oz-in/Amp	2.77	4.7	7.48	9.46	13.6
	R_A	Arm. Resis.	Ohms	0.44	0.61	0.77	0.89	1.18
	K_v	Back E.M.F.	Volts/KRPM	2	3.5	5.5	7.0	10.1
	F_c/K_t	P_b	Watts	176	154	168	164	156
C	K_t	Torg. Sens.	Oz-in/Amp	3.53	5.9	9.52	12	17.3
	R_A	Arm. Resis.	Ohms	0.70	0.97	1.25	1.44	1.92
	K_v	Back E.M.F.	Volts/KRPM	2.6	4.4	7.0	8.9	12.8
	F_c/K_t	P_b	Watts	138	122	132	129	122
D	K_t	Torg. Sens.	Oz-in/Amp	4.41	7.4	11.9	15	21.7
	R_A	Arm. Resis.	Ohms	1.13	1.52	1.96	2.25	3.01
	K_v	Back E.M.F.	Volts/KRPM	3.3	5.5	8.8	11.1	16.0
	F_c/K_t	P_b	Watts	111	98	106	103	98
E	K_t	Torg. Sens.	Oz-in/Amp	5.54	9.3	15	19	27
	R_A	Arm. Resis.	Ohms	1.77	2.40	3.11	3.61	4.67
	K_v	Back E.M.F.	Volts/KRPM	4.1	6.9	11.1	14.0	20.0
	F_c/K_t	P_b	Watts	88	78	84	81	78
F	K_t	Torg. Sens.	Oz-in/Amp	6.93	11.7	18.7	23.6	34
	R_A	Arm. Resis.	Ohms	2.78	3.80	4.84	5.57	7.40
	K_v	Back E.M.F.	Volts/KRPM	5.1	8.6	13.8	17.4	25.1
	F_c/K_t	P_b	Watts	70	62	67	66	62
G	K_t	Torg. Sens.	Oz-in/Amp	8.57	14.4	23	29	42
	R_A	Arm. Resis.	Ohms	4.31	5.76	7.32	8.41	11.29
	K_v	Back E.M.F.	Volts/KRPM	6.3	10.6	17.0	21.4	31.0
	F_c/K_t	P_b	Watts	57	50	55	53	50
H	K_t	Torg. Sens.	Oz-in/Amp	10.71	18	29	36	52
	R_A	Arm. Resis.	Ohms	6.84	9.00	11.64	12.96	17.31
	K_v	Back E.M.F.	Volts/KRPM	7.9	13.3	21.4	26.6	38.4
	F_c/K_t	P_b	Watts	46	40	43	43	41

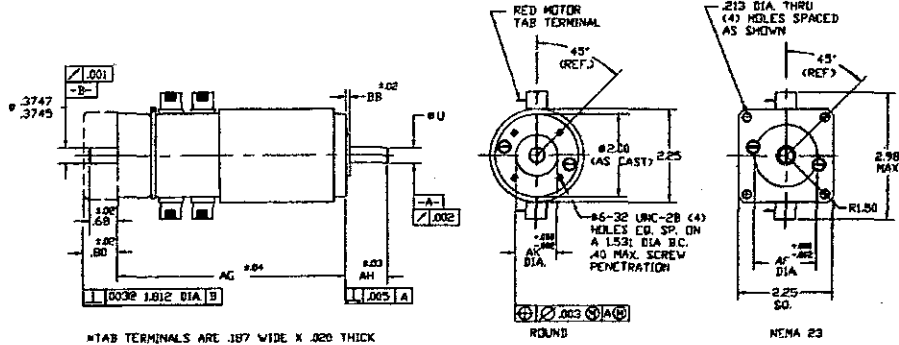
Note: Continuous torque specifications obtained with motor mounted to an 10" x 10" x 0.25" alum. plate at 25°C ambient. Typical values are within ±10% of rating.

For custom designs please consult factory.
All specifications subject to change without notice.

TORQUEMASTER

2100 SERIES

MECHANICAL SPECIFICATIONS*



DIMENSION CHART*

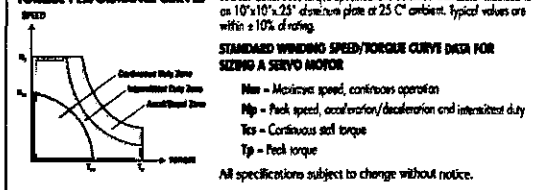
MOTOR	AG	AG	U DIA.	AH	AK	AF	BB
	Motor Only Inches (Metric)	Motor Tach Inches (Metric)	STD NEMA	STD NEMA	STD NEMA	STD NEMA	STD NEMA
2105	3.13 (.79.5)	4.60 (116.8)	.3750/.3745 2500/.2495	1.00 0.77	1.000 1.500	0.10 0.06	
2110	3.63 (.92.2)	5.10 (129.5)	.3750/.3745 2500/.2495	1.00 0.77	1.000 1.500	0.10 0.06	
2115	4.13 (104.9)	5.60 (142.2)	.3750/.3745 2500/.2495	1.00 0.77	1.000 1.500	0.10 0.06	
2120	4.63 (117.6)	6.10 (154.9)	.3750/.3745 2500/.2495	1.00 0.77	1.000 1.500	0.10 0.06	
2130	5.63 (143.0)	7.10 (180.3)	.3750/.3745 2500/.2495	1.00 0.77	1.000 1.500	0.10 0.06	

METRIC (mm) DIMENSIONS ALL FRAME SIZES

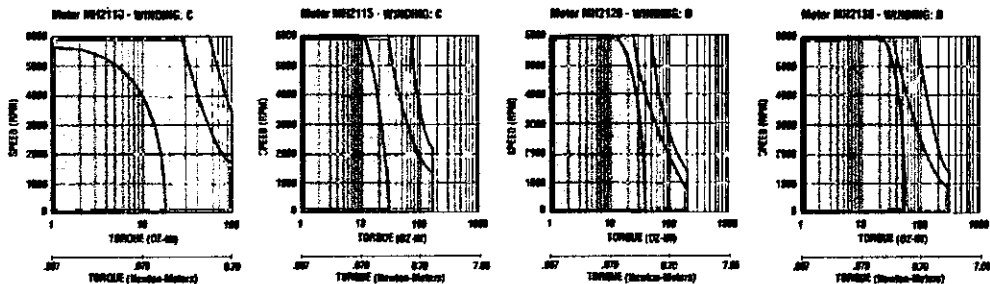
SHAFT: DIA	8.0	MOUNTING: PILOT	25.0
LENGTH	25.0	B.C.	38.89
		HOLE SIZE	M4

*All specifications are for reference only. Please consult the factory for certified dimension drawings. Standard Direction of Rotation: CCW rotation viewed from shaft end with red motor terminal positive with respect to black motor terminal.

TORQUE PERFORMANCE CURVES



TORQUE PERFORMANCE CURVES



TORQUE SPEED CURVES OF OTHER WINDINGS AVAILABLE, CONSULT FACTORY.

ETC Cleveland
Motion Controls
An EMERSON Company



BRUSH SERVO MOTORS

2100 SERIES

VOLTAGE EQUATION FOR MOTORS

$$V_{\text{Volts}} = \frac{K_t \times \text{RPM}}{1,350} + \frac{I_a \times R_a}{K_t} + V_b$$

Where:

- K_t = torque constant, oz.-in. per amp
- T = load torque plus motor friction torque-oz.-in.
- R_a = armature resistance + brush resistance
- V_b = brush voltage drop = 2 volts

Note: For armature resistance at maximum temperature rating, multiply catalog value of R by 1.5

MOTOR TORQUE RATING VS. SPEED

$$T_k = .94 K_t \left[\frac{130 \cdot \text{RPM} \times I_a - \text{RPM} \times E}{1,350} \right] \cdot T_p \cdot \left[\frac{\text{RPM} \times E}{1,350} \right]$$

Where:

- T_p = rated torque (25°C ambient)-oz.-in.
- K_t = torque sensitivity-oz.-in./amp
- R_a = armature resistance
- RPM = revolutions per minute
- E = static friction torque-oz.-in.
- T_f = viscous friction-oz.-in.
- R_{TH} = thermal resistance

To Find: Higher Torque Rating for Intermittent Duty

Let $A = \frac{\text{total cycle time in seconds}}{\text{thermal time constant of motor in seconds}}$

Let $B = \frac{\text{"on" time in seconds per cycle}}{\text{thermal time constant of motor in seconds}}$

then with T_p = Rated torque for 100% duty
and T_{MAX} = Rated torque for intermittent duty

$$T_{\text{MAX}} = T_p \times \left[\frac{1-B}{A} \right]^{1/2}$$

Customize The 2100 Series To Your Exact Requirements

To satisfy various applications with cost-effective solutions, 2100 Series motors are readily available with a wide range of standard capabilities. Final designs are often the result of cooperative efforts between the customer's engineering department and CMC. For assistance, call your local CMC distributor or CMC direct. We look forward to meeting your custom requirements.

TORQUEMASTER

ORDERING INFORMATION (For Standard Options)

SERIES
21

LAM. STACK
05
10
15
20
30

TACH
0 = None
T = Tach

COMMUTATION/MAGNET
00 = STD
01 = 22 BAR

ENCODER
00 = None
M0 = Mod. Enc. Prep
M2 = Mod 500 line, 2 channel, marker, line driver
M3 = Mod 1000 line, 2 channel, marker, line driver

MFG. PLATE
A = 2" Round
C = 2 1/4" Square (NEMA 23)
M = Metric
S = Special

SHAFT
A = 3/8" dia. x 1" lg.
B = A plus .02" x .80" lg. flat
E = 1/4" dia. x .77" lg. (NEMA 23)
F = E plus .02" x .80" long flat
S = Special

WINDINGS
MOTOR
A THRU H

WINDINGS
TACH
(V/KRPM)
0 = None
E = 3
F = 7
G = 15

TERMINATION
T = Tab terminals (std)
S = Screw terminals (optional)
W = 3 foot long leads attached to tab terminals (optional)
Y = 3 foot long leads w/ cord grip (optional)

SEALING
0 = No sealing

BRAKE
00 = No Brake
B1 = 3 lb.-in., 24 VDC

Ask About Other Motion Control Solutions & Capabilities From Torque Systems

- Brushless TorqueMaster® Servo Motors
- PowerMaster® Amplifiers
- Shaft-mounted DataTorque™ Encoders
- Gearboxes/Brakes
- Expert application engineering
- Complete repair & refurbishing services

CMC ~~CLAYTON MOTOR CONTROLS~~

6 Enterprise Road, Billerica, MA 01821-5724
Call: 800-666-5112 or 978-667-5100
Fax: 978-265-5550 or 978-667-4989

Visit Us: www.torque-systems.com

CMC *Cleveland Motion Controls*
An TORQUE SYSTEMS Company

© 2002 Cleveland Motion Controls All Rights Reserved. Litho USA 0202 3M SMD-DS-2100

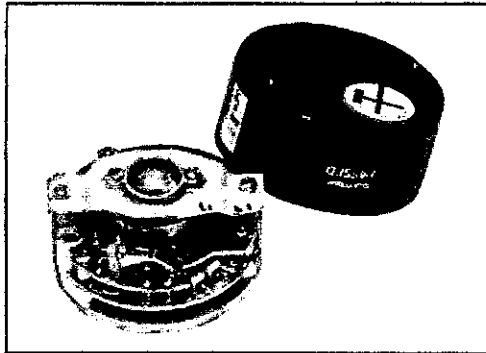
Apéndice D

DataSheet del Optocoder LDA-051-1000

SIZE 20 SERIES LDA INCREMENTAL MODULAR ENCODER

SUMTAK
CORPORATION
OF AMERICA

1-800-35-SUMTAK
www.sumtak.com



FEATURES

- 2.0" O.D., modular designed
- Self-aligning, -centering, -gapping
- 200 KHz frequency response
- Up to 2500 P/R
- Factory pre-assembled feature
U.S. patent no. 4556792
- Applications:
Computer Printer, Phototypesetter,
Semiconductor Processing, Tapetransport,
Digital Plotter, Medical Diagnostic Equipment

SPECIFICATIONS

Electrical

Pulse per Revolution	Up to 2500
Supply Voltage	5Vdc, 12Vdc, 15Vdc
Output Format	Dual Square Wave In Quadrature with Index
Output Option	TTL & HTL TTL Line Driver Output [26LS31] Open Collector
Current Requirements	TTL: 80mA Max. No Load HTL: 120mA Max. No Load TTL Line Driver: 140mA Max. No Load Open collector: 80mA Max. No Load
Frequency Response	200 KHz [A, B and Index]
Electrical Connections	3.3 ft. Shielded Cable

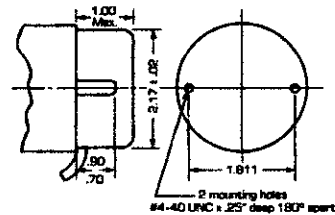
Mechanical

Shaft Diameter	.2500/.2494", .3750/.3744", .5000/.4993", 8.000 mm/7.985 mm, 10.000 mm/9.985 mm
Shaft Length	.70/.90"
Shaft Runout	.004" TIR Max.
Perpendicularity	.0012" TIR Max. Shaft to Mounting Surface
Shaft Axial Movement	Various, depending on PPR
Rated Speed	6,000 RPM
Acceleration Speed	1 x 104 rad/sec ²
Moment of Inertia	2.7 x 10 ⁻⁴ oz.-in.-sec ² [up to 999 PPR] 4.5 x 10 ⁻⁴ oz.-in.-sec ² [1000 to 1800 PPR]
Weight	6 oz. Max. With 3.3 Ft. Cable

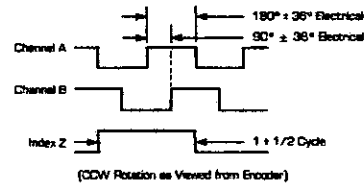
Environmental

Temperature	Operating: 0 °C to +70 °C [TTL L/D] -10 °C to +70 °C [Other Outputs] Storage: -20 °C to +80 °C
Housing	Drip-Proof
Vibration	10 to 200Hz @5G's
Shock	100G's for 6 ms 3 Times Each X, Y, Z Directions

OUTLINE DIMENSIONS



OUTPUT WAVE FORMS



ELECTRICAL CONNECTIONS

Wire color	Standard Square Wave Output	Line Driver, Complementary Output
White	Vcc	Vcc
Black	OV	OV
Red	A	A
Pink	OV	A
Green	B	B
Blue	OV	B
Yellow	Z	Z
Orange	OV	Z
Shield	(use ground)	(use ground)

Note: By-pass capacity is connected between OV and encoder body.

Installation Instructions Model LDA

SUMTAK
CORPORATION
OF AMERICA
1-800-35-SUMTAK
www.sumtak.com

GENERAL INFORMATION

The LDA encoder is designed for installation directly on the motor shaft. It provides a factory pre-assembled feature that eliminates the need for any adjustment of disc gap, disc alignment, symmetry and phasing while installing it on the motor shaft.

SPECIAL CARE FOR INSTALLATION

The encoder must be handled with care to avoid exposure to dust, dirt and grease, resulting in malfunction.

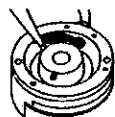
Extreme care is required for removing "MEMORY PLATE", since the encoder is preadjusted and pre-set with "MEMORY PLATE".

Necessary steps shown in assembly procedure must be taken before removing "MEMORY PLATE".

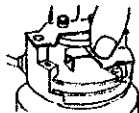
MOTOR MOUNTING REQUIREMENTS

Shaft Tolerance:	Squarewave	1/4", 3/8".....+0, -.0006"
		1/2".....+0, -.0007"
	Sinewave	8mm, 10mm.....+0, -.015mm
		1/4", 3/8".....+0, -.0003"
		1/2".....+0, -.0004"
		8mm, 10mm.....+0, -.009mm
Shaft Length		.70"-.90"
Mount Holes		#4-40 x .25" deep 2 holes 180° apart on 1.811" dia. ±.004" B.C.
Shaft Runout		.004" TIR Max.
Perpendicularity		.0012" TIR Max. [Shaft to Mounting surface]
Shaft End Play	1-200 PPR.....	.0216" [Max.]
	201-300 PPR.....	.0177"
	301-400 PPR.....	.0137"
	401-600 PPR.....	.0078"
	601-800 PPR.....	.0059"
	801-900 PPR.....	.0043"
	901-1200 PPR.....	.0039"
	1201-1600 PPR.....	.0020"
	1601-1800 PPR.....	.0015"
	1801-2048 PPR.....	.0012"
2500 PPR.....	.0004"	
[Each Direction]		

ASSEMBLY PROCEDURE



1. Apply tie-lock to two hex socket set screws placed on the side of hub. Be sure that the two set screws are loosened.



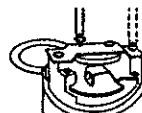
2. Place the encoder body over the shaft by holding the plastic ring underneath the "MEMORY PLATE", and press it into the mounting surface. Do not use force when you have difficulty in insertion. Forcing the insertion destroys all pre-adjustment precisely made by the factory. Check to see if the two set screws are loosened enough.



3. Apply tie-lock to the tip of #4-40 x 1 pan head screws provided, and fasten the encoder body to the mounting surface. FASTEN SCREWS ALTERNATELY. TIGHTEN WITH 5.2 in/lb.



4. Alternately fasten the two set screws provided on the side of the hub with 1.5mm hex key wrench to the motor shaft. TIGHTEN WITH 5.2 in/lb. Be careful not to cut or pinch electrical circuits and not to put grease or dirt on circuit board while tightening screws.



5. Loosen the two philips screws above the plastic ring first, then remove the outside of the two philips screws.



6. Remove the "MEMORY PLATE" with the plastic ring. [Save the "MEMORY PLATE" for future removal and reinstallation of the encoder].



7. Place O-ring in the groove of the encoder flange.



8. Apply silicon grease to the inside of the cover around the cut-end. Place the cover so that the open-cut is placed over the lead cables.



9. Attach the cover with the two flat head machine screws provided. Tie-lock is to be applied. TIGHTEN WITH 3.5 in/lb.

REMOVAL PROCEDURE

1. Rotate the hub so that the two set screws will position to loosen and tighten from the encoder side. Please note that you cannot loosen and tighten the two set screws from the encoder side if stop position of the hub is off 180°.
2. Align the two threaded holes of the hub with the two threaded holes of the housing.
3. Place the "MEMORY PLATE" over the housing and the hub.
4. Fasten the "MEMORY PLATE" with the four screws provided until the ring is snugly placed over the hub end.
5. Loosen the two set screws located on the side of the hub. You are now ready to remove the encoder.

It is not recommended that the encoder be removed and reinstalled unless absolutely necessary. The frequent removal and reinstallation may affect the electrical alignment.

How to order: **SIZE 20 INCREMENTAL MODULAR**

FUNCTION CODE	RESOLUTION (cycles per round)	VOLTAGE	OUTPUT	TERMINATION
LDA- <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> - <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> - <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> - <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>				

STD.: 047=Differential Line Driver 5VDC, with Index Ungated 1/4" Hub I.D., Shielded Cable 051=Differential Line Driver 5VDC, with Index Ungated 3/8" Hub I.D., Shielded Cable 048=Differential Line Driver 5VDC, with Index Ungated 1/2" Hub I.D., Shielded Cable 126=Differential Line Driver 5VDC, with Index Ungated 6mm Hub I.D., Shielded Cable 052=Differential Line Driver 5VDC, with Index Ungated 10mm Hub I.D., Shielded Cable OPTION: XXX=Depending upon your specs., we will assign 3 digits function code.	STD.: 100 250 360 500 1000 1024 1200 OPTION*: 1800 2000 2048 2500	STD.: 0=Shielded Cable OPTION: Consult Factory
---	--	---

STD.: 05=5VDC OPTION: 12=12VDC 15=15VDC	STD.: L=Line Driver OPTION: E=TTL or HTL (5V) (12/15V) C=Open Collector
---	--

* LDA — 502 (1/4") — 1800-2500 5V. Line driver
 LDA — 503 (1/2") — 1800-2500 5V. Line driver
 LDA — 504 (3/8") — 1800-2500 5V. Line driver
 LDA — 505 (6mm) — 1800-2500 5V. Line driver
 LDA — 501 (8mm) — 1800-2500 5V. Line driver

Available Resolution: 20, 50, 100, 120, 125, 200, 250, 254, 256, 300, 360, 400, 500, 512, 600, 635, 660, 720, 762, 800, 900 — Metal 960, 1000, 1024, 1200, 1250, 1270, 1500, 1600, 1800, 1920, 2000, 2048, 2500, 2540 — Glass
--

• Standard model has the following specifications.

OUTPUT FORMAT: Dual square wave in quadrature with index (A, B, Z)
 Channel A leads B CCW rotation as viewed from encoder.
INDEX: There is no specified alignment between index and channels.
CABLE: 3.3 ft. pigtail shielded cable

• **NOTE:** The factory will assist you in construction of the model no. including special specifications.
 Please contact us. 1-800-35-SUMTAK

• Specifications subject to change without notice.